Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat Session : 2017
Série : C
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4 heures
Coefficient : 5/4

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Exercice N°1 :

1. a) vérifier que le couple $(5;-7)$ est une solution de l'équation $(E)\ \ 13x+7y=16$
   b) déterminer les couples d'entiers relatifs $(x;y)$ vérifiant l'équation (E).
2. a) Démontrer que, pour tout entier naturel $n, 4^{2n}\equiv 1[5]$.
   b) Déterminer le reste de la division euclidienne de 2014^{2015} par 5
3. p désigne un entier naturel supérieur à 1. Une urne contient $2p$ boules numérotées de 1 à $2p$, toutes indiscernables au toucher. Un joueur tire successivement, sans remise 2 boules de cette urne.

a) Quel est le nombre de résultats possibles ?
Si les boules tirées portent des numéros pairs, il gagne 800 F CFA. Si les boules tirées sont de parités différentes, il gagne 400 F CFA et il perd 800 FCFA si elles portent les numéros impairs. On désigne par X le gain algébrique du joueur à l'issue de chaque épreuve.

b) Déterminer la loi de probabilité de X en fonction de p
c) Calculer l'espérance mathématique de X en fonction de p.
d) Calculer p pour que l'espérance de gain du joueur soit de 240 FCFA.

Exercice N°2 :

E Est un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$ dont une base est $B=\left(\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. Sont f l'endomorphisme de E qui à tout vecteur $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ associe le vecteur $f\left(\vec{u}\right)=(-x-y+2z)\vec{i}+(2x-y+z)\vec{j}+(x-2y+3z)\vec{k}$

1. Déterminer la matrice de f dans la base B.
2. a) Déterminer le noyau $kerf$ de f (on donnera a une base de $kerf$)
   b) En déduire la dimension de $\operatorname{Im} f$, image de f.
   c) f est-elle bijective ? Justifier votre réponse.
3. On considère les vecteurs $\vec{e_1}=2\vec{j}-\vec{k}$; $3\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$; $\vec{e_3}=\vec{i}-\vec{k}$
   a) Démontrer que la famille $B'=\left(\vec{e_1};\vec{e_2};\vec{e_3}\right)$ est une base de l'espace vectoriel E.
   b) Déterminer le matrice de f dans la base B'

Exercice N°3 :

Soit $ABCD$ un carré de sens direct et de centre I.

A. Soient r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}, t$ la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$ et S la symétrie centrale de centre C c'est-à-dire $r=R\left(A,\frac{\pi}{2}\right), t=t_{\overrightarrow{AC}}$ et $S=S_C$

1. a) Déterminer la droite (Δ) telle que $r = S_\Delta \circ S_{(AD)}$.
   b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de $t \circ r$.
2. a) Déterminer $(S \circ t \circ r)(A)$ et $(S \circ t \circ r)(D)$
   b) donner la nature et les éléments caractéristiques de $S \circ t \circ r$.

B. Soient M un point de la droite (DC), N le point d'intersection de la droite (BC) avec la perpendiculaire à la droite (AM) passant par A, J le milieu du segment $[MN]. r'$ est la rotation de centre A telle que $B = r'(D)$; S' la similitude directe de centre A telle que $I = S'(D)$.

1. Montrer que $N = r'(M)$. En déduire la nature du triangle AMN
2. a) Déterminer l'image de C par S'
   b) Démontrer que $J = S'(M)$.
   c) Déduire le lieu géométrique des points J, l'orque M décrit la droite (DC).
3. Donner la nature de l'ensemble (T) des points M du plan tels que

$$d(M,C) = \frac{1}{\sqrt{2}} d(M,(BD))$$

   b) Donner la nature, l'excentricité, une directrice et un foyer de l'image (T') de (T) par S'

Problème

A. On se place dans l'espace (ε) muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v};\vec{w})$.

On considère les points $A(1;6;4)$, $B(2;5;3)$, $C(3;1;1)$ et $D(8;1;7)$. On pose $\vec{N} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

1. a) Déterminer les coordonnées de $\vec{N}$. En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.
   b) Déterminer l'aire du triangle ABC
2. Soit (Δ) la droite passant par le point D et de vecteur directeur $\vec{u}(2;-1;3)$.
   a) Déterminer que la droite est orthogonale au plan (ABC).
   b) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC)
   c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ).
   d) Déterminer les coordonnées du point K, intersection de la droite (Δ) et du plan (ABC).
3. On note H le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC)
   a) On pose $\overrightarrow{DH} = \alpha \vec{N}$. Calculer α.
   b) En déduire la distance DH le volume du tétraèdre $(ABCD)$
4. Soit (p_1) le plan d'équation $x + y + z - 6 = 0$ et (P_2) le plan d'équation $x + 4y - 7 = 0$.
   a) Démontrer que les plans (P_1) et (P_2) sont sécants.
   b) Vérifier sua la droite (d), intersection des plans (P_1) et (P_2), a pour représentation

Paramétrique $\begin{cases} x = -4t - 1 \\ y = t + 2, \qquad t \in \mathbb{R} \\ z = 3t + 5 \end{cases}$

c) La droite (d) et le plan (ABC) sont-ils sécants ou parallèles ?

5. Démontrer que la droite (S) d'équation $x^2 - 2x + y^2 - 4y + z^2 - 4 = 0$ est une sphère de (ε) dont on précisera les éléments caractéristique.

B. Soit (P) le plan de l'espace (ε) d'équation $z = 0$, rapporté au repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$. soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x) = 2\ln x - \dfrac{3}{x} + 3.$ (C_f) est courbe représentative de f dans le repère $(O;\vec{u};\vec{v})$

1. a) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

   b) Etudier les variations de f et en déduire son signe.

   c) Tracer la courbe (C_f) de f dans le repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$ du plan.

2. On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$

   a) Calculer u_1, u_2 et u_3 (on donnera l'arrondi d'ordre 2).

   b) Démontrer que la suite (u_n) est strictement croissante.

   c) Démontrer que pour tout entier naturel $n : 2 \leq u_n \leq 6,5$

   d) En déduire que la suite (u_n) est convergent.

3. Soient les équations différentielles $(E): y'' + y' = 0$ et $(E'): y'' + y' = \dfrac{(2x-3)(x+1)}{x^3}$

   a) Montrer que f est solution sur $]0;+\infty[$ de (E').

   b) Résoudre (E) sur $]0;+\infty[$.

   c) Montrer qu'une fonction g est solution de (E') si et seulement si $g - f$ est solution de (E).

   d) Résoudre alors (E') sur $]0;+\infty[$.