Ministère des Enseignements Secondaires

Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : Baccalauréat *Session* **: 2015**
Spécialité : $F_{1\text{-}2\text{-}3\text{-}4\text{-}5\text{-}7\text{-}8}$,CI
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3 heures
Coefficient : 3

L'épreuve comporte deux exercices et un problème tous obligatoires, sur deux pages numérotées de 1 à 2. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

EXERCICE 1 : 4,5 points

On considère le polynôme P défini par : $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2.$

1. Calculer $P(2)$. **0,5pt**
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$:
   (a) L'équation $P(x) = 0.$ **1pt**
   (b) L'inéquation $P(x) > 0.$ **1pt**
3. En déduire dans $\mathbb{R}$, l'ensemble solution de chacune des inéquations suivantes :
   (a) $2\ln^3 x - 3\ln^2 x - 3\ln x + 2 > 0.$ **1pt**
   (b) $2e^{3x} - 3e^{2x} - 3e^x + 2 > 0.$ **1pt**

EXERCICE 2 : 5 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}\right).$ A tout nombre complexe z distinct de $-1+i,$ on associe le nombre complexe $Z = \dfrac{z+2-i}{\overline{z}+1+i}$ où $\overline{z}$ est le conjugué de z.

1. Résoudre dans $\mathbb{C},$ l'équation $\dfrac{z+2-i}{\overline{z}+1+i} = 2.$ **0,5pt**
2. Soit M un point d'affixe $z,$ A et B les points d'affixes respectives $-1+i$ et $-2+i.$
   (a) Montrer que $MA = \left|\overline{z}+1+i\right|.$ **0,75pt**
   (b) En déduire l'ensemble $(\mathscr{D})$ des points M d'affixes z tels que $|z| = 1.$ **0,75pt**
3. On pose $z = x + iy.$
   Déterminer en fonction de x et $y,$ la partie réelle et la partie imaginaire de $Z.$ **1pt**
4. **(a)** En déduire que l'ensemble (Γ) des points M d'affixe $z \neq -1+i$ tels que Z soit imaginaire pur a pour équation cartésienne : $x^2 - y^2 + 3x + 2y + 1 = 0.$ **0,5pt**
   (b) Justifier que (Γ) est contenu dans une conique dont on déterminera la nature et l'excentricité. **0,5pt**

PROBLEME : 10,5 points

Le problème comporte deux parties A et B.

Soient f et g deux fonctions définies dans $]0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{2}\ln^2 x+\ln x+x$ et $g(x)=-x-1-\ln x$. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

PARTIE A : 4,25 points

1. Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition. **0,5pt**
2. Calculer $g'(x)$ et vérifier que pour tout réel $x>0, g'(x)<0$. **1pt**
3. Dresser le tableau de variation de g. **1pt**
4. **(a)** Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α. **0,5pt**

   (b) Justifier que $\alpha\in]0,2;0,3[$. **0,5pt**
5. Montrer que $g(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\in]0;\alpha]$. **0,75pt**

PARTIE B : 6,25 points

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **0,5pt**
2. **(a)** Soit $x\in]0;+\infty[$; calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{x^2}$. **0,75pt**

   (b) En déduire que $f'(x)\leq 0 \Leftrightarrow x\in]0;\alpha]$. **0,5pt**

   (c) Dresser le tableau de variation de f. **0,75pt**
3. Montrer que $f(x)>x \Leftrightarrow x\in]0;e^{-2}[\cup]1;+\infty[$. **0,75pt**
4. Tracer (C_f) en prenant $\alpha=0,2$ et en considérant la droite d'équation $y=x$ comme direction asymptotique en $+\infty$. (unité de longueur sur les axes : $2cm$) **1,25pt**
5. Soit h la fonction définie dans $]0;+\infty[$ par $h(x)=\dfrac{1}{2}x\ln^2 x+\dfrac{1}{2}x^2$.

   (a) Montrer que h est une primitive de f. **0,5pt**

   (b) Déterminer la primitive F de f qui prend la valeur 2 en 1. **0,5pt**

   (c) Calculer l'aire de la portion du plan délimitée par les droites d'équations cartésiennes : $x=1; x=2; y=x$ et la courbe (C_f). **0,75pt**