CORRECTION PROBATOIRE A4 2013/CAMEROUN

Partie A :

1. a. Resoudre dans $\mathbb{N}$, l'inéquation : $\dfrac{10x+500}{x} \leqslant 15$

$\dfrac{10x+500}{x} \leqslant 15 \Rightarrow 10x+500 \leqslant 15x \Rightarrow 10x-15x \leqslant -500 \Rightarrow -5x \leqslant -500$

D'où on obtient en multipliant par -, $5x \geqslant 500$, c'est à dire $x \geqslant 100$

les solution de cette inéquation sont les entiers supérieurs à 100.

b. Soit $R(n) = \dfrac{10n+500}{n}$ le prix de revient. Resolvons l'inéquation $R(n) \leqslant 15$

$R(n) \leqslant 15 \Leftrightarrow \dfrac{10n+500}{n} \leqslant 15$. On obtient l'inéquation résolue dans la question précédente.

D'après le résultat obtenu, $n \geqslant 100$

Conclusion : Le prix de revient sera inférieur à 15F à partir de 100 gateaux.

2. Resoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 32x + 175 = 0$

C'est une équation du second dégré : $\Delta = (-32)^2 - 4\times1\times175 = 324 = (18)^2$

$x_1 = \dfrac{-(-32)-18}{2} = \dfrac{14}{2} = 7$

$x_2 = \dfrac{-(-32)+18}{2} = \dfrac{50}{2} = 25$

La solution est : $S = \{7; 25\}$

3. Trouver deux nombres a et b vérifiant le système : $\begin{cases} a+b = 320 \\ ab = 17500 \end{cases}$

a et b sont les racines éventuelles de l'équation $x^2 - 320x + 17500 = 0$

$\Delta = (-320)^2 - 4\times17500 = 32400 = 180^2$

$x_1 = \dfrac{320-180}{2} = 70$

$x_1 = \dfrac{320+180}{2} = 250$

$(a,b) = (70,250)$

Partie B

Dans un établissement, on a mesuré la taille de 250 garçons de 10 ans.

1. Calculons les amplitudes des classes. [125,130[: 5 ; [130,135[: 5 ; [135,140[: 5 ; [140,145[: 5 ; [145,150[: 5 ;
Toutes les classes ont pour amplitude 5.

2. Completons le tableau

Taille en cm	[125,130[	[130,135[	[135,140[	[140,145[	[145,150[
Effectifs (n_i)	15	57	86	66	26
Centre des classes (n_i)	127,5	132,5	137,5	142,5	147,5
$n_i x_i$	1912,5	7552,5	11825	9405	3835
Fréquences (f_i)	6	22,8	34,4	26,4	10,4

3. Etant donné que toutes les classes ont la même amplitude, la classe modale est la classe d'effectif maximal.
c'est donc la classe : [135,140[

4. La moyenne est donnée par la formule : $\overline{x} = \dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$

$\overline{x} = \dfrac{127{,}5\times15 + 132{,}5\times57 + 137{,}5\times86 + 142{,}5\times66 + 147{,}5\times26}{250} = \dfrac{34530}{250} = 138{,}12$

5. Le nombre d'élèves ayant une taille comprise entre 125 et 130 cm est : 15.
Puisqu'on veut compléter une équpe de football, on doit tenir compte de l'ordre.
La bonne reponse est donc : A_{15}^{4}

Partie C : 8 points

Soit f la fonction définie sur $[0,4]$ par $f(x) = x^2 - 4x + 6$ et C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$

1. Calculon $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f(2)$ et $f(1)$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right) + 6 = \frac{1}{4} - 2 + 6 = \frac{1}{4} + 4 = \frac{1 + 4\times 4}{4} = \frac{17}{4}$$

$$f(2) = 2^2 - 4\times 2 + 6 = 4 - 8 + 6 = 2$$

$$f(1) = 1^2 - 4\times 1 + 6 = 1 - 4 + 6 = 3$$

2. Soit $x \in [0,4], f'(x) = 2x - 4 = 2(x-2)$

Si $0 \leqslant x < 2$ alors $f'(x) < 0$

Si $2 < x \leqslant 4$ alors $f'(x) > 0$

3. Tableau de variations de f.

x	0		2		4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	6	$\searrow$	2	$\nearrow$	6

4. Equations cartésiennes des tangentes (T) et (T') à la courbe (C_f) aux points d'abscisses respectives $x_0 = 1$ et $x_1 = 2$

$(T) : y = f'(1)(x-1) + f(1) = -2(x-1) + 3 = -2x + 2 + 3 = -2x + 5 \Rightarrow (T) : y = -2x + 5$

$(T') : y = f'(2)(x-2) + 2 = 0\times(x-2) + 2 = 2 \Rightarrow (T') : y = 2$

5.

6.