PROBATOIRE C/E 2009/CAMEROUN

Exercice 1

Pour chacune des questions de cet exercice, trois réponses vous sont proposées parmi lesquelles une seule est juste ; reproduire sur votre feuille de composition le numéro de la question et celui de la reponse juste correspondante.

NB : Aucun calcul n'est exigé dans cet exercice.

1. Dans un ensemble à n éléments, s'il y a autannt de parties à deux éléments que de parties à 4 éléments, alors n est solution de l'équation du second dégré.

   a. $n^2 + 2n - 6 = 0$ | b. $n^2 - 2n - 6 = 0$ | c. $n^2 - 5n + 6 = 0$

2. On considère une suite géométrique (U_n), de premier terme $\frac{1}{2}$ et de raison $-\frac{1}{2}$.
   On pose $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$. S_n est égal à :

   a. $\frac{1}{3}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$ | b. $\frac{1}{3}\left[1 - (-1)^n\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$ | c. $\frac{1}{3}\left[1 - (-1)^{n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$

3. Le plan vectoriel est rapporté à la base $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$;
   f est un endomorphisme défini pour tout $\overrightarrow{u}(x,y)$ par : $f(\overrightarrow{u}) = (2x+y)\overrightarrow{i} + (4x+2y)\overrightarrow{j}$.
   L'ensemble des vecteurs $\overrightarrow{u}(x,y)$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$ est :

   a. La droite vectorielle dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u_0}(1,2)$

   b. La droite vectorielle dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u_0}(-1,2)$

   c. $\{\overrightarrow{O}\}$

Exercice 2

On considère la fonction f définie pour tout x par $f(x) = \dfrac{4x^2 - 12}{|x| + 2}$. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$, la courbe représentative de f

1. a. Déterminer les limites de $f(x)$ quand x tend vers l'infini.

   b. Etudier la dérivabilté de f en $x_o = 0$

2. Montrer que lorsque x tend vers l'infini, la courbe (C) admet deux demi - asymptotes T et T' dont on donnera les équations cartésiennes respectives.

3. Montrer que f est paire

4. Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$

5. Tracer (C), T et T'

Problème

Le problème comporte deux parties indépendantes.

Partie A :

Dans le repère orienté, on considère le triangle équilatéral direct ABC. On construit les triangles équilatéraux directs ADB et ACE. G_1 et G_2 désignent respectivement les centres de gravité des triangles ADB et ACE

1. Montrer que (CD) et (BE) sont les médiatrices respectives de $[AB]$ et de $[AC]$
2. On considère la rotation r de centre A qui transforme D en C
   a. Déterminer l'image de B par r.
   b. Déterminer l'angle de la rotation r.
   c. Démontrer de deux manières différentes que G_2 est l'image de G_1 par r.
3. Soit C' l'image de C par r. montrer que C' est le symétrique de B par rapport à A.
4. I est le point d'intersection de (BE) et (CD) ; montrer que.
   a. $CD = BE$ et que $mes\left(\overrightarrow{BE},\overrightarrow{CD}\right) = \dfrac{2\pi}{3}$
   b. I est le centre du cercle inscrit au triangle ABC.

Partie B :

Dans l'espace E, on considère quatre points P, Q , R et S. On appelle J le barycentre du système de points pondérés $\{(P,1);(R,3)\}$ et K celui du système de points pondérés $\{(Q,1);(S,3)\}$

1. Montrer que $\overrightarrow{PQ} + 3\overrightarrow{RS} = 4\overrightarrow{JK}$
2. Montrer que si J et K sont confondus, alors P,Q,R et S sont coplanaires.
3. On suppose dans la suite que l'espace est rapporté au repère $(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k})$. P et P' sont deux plans d'équations cartésiennes respectives $x + y - z - 2 = 0$ et $x - 2y + z - 3 = 0$
   a. Déterminer deux vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ respectivement normaux à P et P'.
   b. Montrer que $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires.
   c. En déduire la position relative de P et P'