

Cette épreuve est constituée de 2 exercices et d'un problème étalés sur 2 pages que chaque candidat traitera obligatoirement.

EXERCICE 1 : 5 points

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $4x^2 - 2x - 1 = 0$. 0,75pt

Pour toute la suite, on pose $x = \cos \frac{\pi}{5}$ et $y = \sin \frac{\pi}{5}$.

2. Exprimer $\sin \frac{2\pi}{5}$ en fonction de x et y . 0,5pt

3. (a) Justifier que $\cos \frac{2\pi}{5} = 1 - 2y^2 = 2x^2 - 1$. 0,75pt

(b) En déduire que $\sin \frac{3\pi}{5} = y(4x^2 - 1)$. 0,75pt

4. (a) Justifier que $\sin \frac{2\pi}{5} = \sin \frac{3\pi}{5}$. 0,5pt

(b) En déduire que : $4x^2 - 2x - 1 = 0$. 0,75pt

(c) Déduire alors que : $\cos \frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$ et $\sin \frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}$. 1pt

EXERCICE 2 : 4 points

On s'est intéressé aux dépenses en appels téléphoniques de 100 personnes durant une semaine. Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci-dessous ; les effectifs des personnes qui ont dépensé 4300 et 7500 FCFA durant cette semaine sont désignés par x et y respectivement.

Dépenses en FCFA	1500	4300	7500	10500
Effectifs	10	x	y	30

1. La moyenne M de la série statistique ainsi définie est $M = 7000$.

Justifier que x et y vérifient le système : $\begin{cases} 43x + 75y = 3700 \\ x + y = 60 \end{cases}$ 1pt

2. En déduire les valeurs de x et y . 1pt

3. Un opérateur de téléphonie locale voudrait attribuer les prix identiques à un groupe de 5 personnes choisies au hasard parmi les 30 ayant dépensé 10500 FCFA.

(a) De combien de façons peut-on constituer le groupe à primer ? 1pt

(b) Ces personnes étant choisies et les prix identiques étant au nombre de 7.

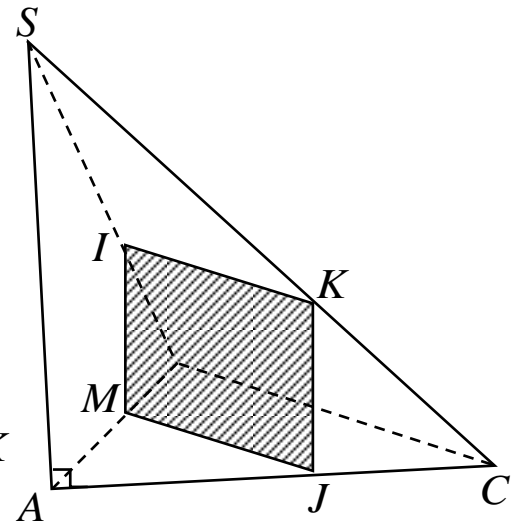
De combien de façons peuvent être attribués ces prix si chacune des personnes reçoit au moins 1 prix ?

1pt

PROBLEME : 11 points

PARTIE A : 4,5 points

Sur la figure ci-contre, $SABC$ est un tétraèdre. La droite (SA) est orthogonale au plan (ABC) et le triangle ABC rectangle en B . M est un point du segment $[AB]$ différent de A et B .



1. Justifier que les droites (SA) et (BC) sont orthogonales. 0,75pt

2. Le plan (P) passant par M et perpendiculaire à la droite (AB) coupe les segments $[SB]$, $[SC]$ et $[AC]$ en I , K et J respectivement.

(a) Montrer que la droite (IM) est parallèle au plan (SAC) et en déduire que $(IM) \parallel (KJ)$. (on pourra raisonner par l'absurde). 0,75pt

(b) Montrer que $(MJ) \parallel (BC)$ et en déduire que $(MJ) \parallel (IK)$. 1pt

(c) Justifier que $IKJM$ est un rectangle. 0,75pt

(d) On donne $AB = 3$; $SA = BC = 4$ et on pose $AM = x$. $S(x)$ désigne l'aire du rectangle $IKJM$ en m^2 . Exprimer $S(x)$ en fonction de x . 1,25pt

PARTIE B : 6,5 points

Soit f la fonction définie dans $[0;3]$ par $f(x) = -x^2 + 3x$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 1pt

2. (a) Vérifier que $S(x) = \frac{16}{9} f(x)$. 0,75pt

(b) En déduire la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle $IKJM$ est maximale et calculer cette aire. 0,75pt

(c) Calculer l'aire du rectangle $IKJM$ lorsque $x = 2$. 0,75pt

3. Tracer la courbe (C_f) . (unité de longueur sur les axes : 1,5cm). 1,5pt

4. Déterminer une équation de la tangente au point d'abscisse $x = \frac{1}{2}$. 0,75pt

5. Soit (U_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $U_n = 2n + \frac{1}{4}$.

Montrer que (U_n) est une suite arithmétique dont on donnera le 1^{er} terme et la raison. 1pt