

L'épreuve comporte deux exercices et un problème tous obligatoires, sur deux pages numérotées de 1 à 2. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

EXERCICE 1 : 4,5 points

On considère les nombres complexes $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$ et $z = \frac{z_1}{z_2}$.

- (a) Mettre sous la forme trigonométrique les trois nombres complexes z_1 , z_2 et z . **1,5pt**
(b) Écrire z sous la forme algébrique. **1pt**
(c) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et de $\sin \frac{7\pi}{12}$. **1pt**
- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct ; on considère les points A et B d'affixes respectives z_1 et z_2 .
Quelle est la nature du triangle OAB ? **1pt**

EXERCICE 2 : 4,5 points

Soit ABC un triangle équilatéral de côté $3cm$ du plan et G un point du plan tel que $4\overrightarrow{BG} + 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CB} = \vec{0}$.

- Montrer que G est un barycentre des points A , B et C affectés des coefficients à préciser. **1pt**
- Soit I le milieu de $[AC]$.
(a) Montrer que G est le barycentre de I et B affectés des coefficients 6 et -2 . **0,5pt**
(b) En déduire que G appartient à la médiatrice de $[AC]$. **0,5pt**
- Calculer la distance GB . **1pt**
- Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = \frac{11}{4}$. **1,5pt**

PROBLEME : 11 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soit f une fonction rationnelle dont la courbe (C_f) est donnée ci-dessous (page suivante).

Par lecture graphique, donner :

- (a) L'ensemble de définition de f . **0,5pt**
(b) Les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **1pt**
(c) Le sens de variation f . **1pt**

2. La courbe de f admet-elle un centre de symétrie ? Si oui déterminer ses coordonnées. 1pt
3. On suppose que la fonction f est définie par $f(x) = ax + b - \frac{1}{x+c}$.
- (a) Déterminer les réels a, b et c . 1,5pt
- (b) Donner une équation de chaque asymptote à (C_f) . 1pt
4. Donner suivant les valeurs du réel m le signe et le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$ dans \mathbb{R} . 2pts
5. On considère l'image (C') de la courbe (C_f) par la symétrie d'axe (Ox) .
- (a) Reproduire la courbe ci-dessous et construire (C') . 2pts
- (b) On suppose que (C') est la courbe d'une fonction g , donner l'expression analytique de $g(x)$. 1pt

