

Exercices corrigés : Intégration par parties**Exercice**

Calculer les intégrales suivant par intégration par parties

a) $\int_{-1}^0 xe^x dx$

b) $\int_0^{-1} (x+2)e^{x+1} dx$

c) $\int_2^3 (2x+1)\ln x dx$

d) $\int_0^\pi x \cos x dx$

Corrigé des exercices

a) $\int_{-1}^0 xe^x dx$

Posons $\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = e^x \end{cases}$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^0 xe^x dx &= [xe^x]_{-1}^0 - \int_{-1}^0 e^x dx \\ &= [xe^x]_{-1}^0 - [e^x]_{-1}^0 \\ &= 0 \times e^0 - (-1) \times e^{-1} - e^0 + e^{-1} \end{aligned}$$

$$\int_{-1}^0 xe^x dx = 2e^{-1} - 1$$

b) $\int_0^{-1} (x+2)e^{x+1} dx$

Posons $\begin{cases} u(x) = x+2 \\ v'(x) = e^{x+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = e^{x+1} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \int_0^{-1} (x+2)e^{x+1} dx &= [(x+2)e^{x+1}]_0^{-1} - \int_0^{-1} e^{x+1} dx \\ &= [(x+2)e^{x+1}]_0^{-1} - [e^{x+1}]_0^{-1} \\ &= (-1+2)e^{-1+1} - (0+2)e^{0+1} - e^{-1+1} + e^1 \end{aligned}$$

$$\int_0^{-1} (x+2)e^{x+1} dx = -e$$

$$c) \int_2^3 (2x+1) \ln x dx$$

$$\text{Posons } \begin{cases} u'(x) = 2x+1 \\ v(x) = \ln x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u(x) = x^2 + x \\ v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int_2^3 (2x+1) \ln x dx &= \left[(x^2 + x) \ln x \right]_2^3 - \int_2^3 \frac{1}{x} (x^2 + x) dx \\ &= \left[(x^2 + x) \ln x \right]_2^3 - \int_2^3 (x+1) dx \\ &= \left[(x^2 + x) \ln x \right]_2^3 - \frac{1}{2} \left[(x+1)^2 \right]_2^3 \\ &= (3^2 + 3) \ln 3 - (2^2 + 2) \ln 2 - \frac{1}{2} (4^2 - 3^2) \end{aligned}$$

$$\int_2^3 (2x+1) \ln x dx = 12 \ln 3 - 6 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln \frac{7}{2}$$

$$d) \int_0^\pi x \cos x dx$$

$$\text{Posons } \begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \cos x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \sin x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int_0^\pi x \cos x dx &= \left[x \sin x \right]_0^\pi - \int_0^\pi \sin x dx \\ &= \left[x \sin x \right]_0^\pi + \left[\cos x \right]_0^\pi \\ &= \pi \cos \pi - 0 + \cos \pi - \cos 0 = -\pi - 0 - 1 - 1 = -\pi - 2 \end{aligned}$$

$$\int_0^\pi x \cos x dx = -\pi - 2$$

Par :

Nkeuna Ngueliako georges

PLEG – Informaticien

Lycée Bilingue de Nylon Brazzaville

Douala - Cameroun