Exercices corrigés : Intégration par parties

Exercice

Calculer les intégrales suivant par intégration par parties

a) $\int_{-1}^{0} xe^{x}dx$

b) $\int_{0}^{-1}(x+2)e^{x+1}dx$

c) $\int_{2}^{3}(2x+1)\ln xdx$

d) $\int_{0}^{\pi} x\cos xdx$

Corrigé des exercices

a) $\int_{-1}^{0} xe^{x}dx$

Posons $\begin{cases} u(x)=x \\ v'(x)=e^{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u'(x)=1 \\ v(x)=e^{x} \end{cases}$

$$\int_{-1}^{0} xe^{x}dx = \left[xe^{x}\right]_{-1}^{0} - \int_{-1}^{0} e^{x}dx$$

$$= \left[xe^{x}\right]_{-1}^{0} - \left[e^{x}\right]_{-1}^{0}$$

$$= 0\times e^{0} - (-1)\times e^{-1} - e^{0} + e^{-1}$$

$$\boxed{\int_{-1}^{0} xe^{x}dx = 2e^{-1} - 1}$$

b) $\int_{0}^{-1}(x+2)e^{x+1}dx$

Posons $\begin{cases} u(x)=x+2 \\ v'(x)=e^{x+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u'(x)=1 \\ v(x)=e^{x+1} \end{cases}$

$$\int_{0}^{-1}(x+2)e^{x+1}dx = \left[(x+2)e^{x+1}\right]_{0}^{-1} - \int_{0}^{-1} e^{x+1}dx$$

$$= \left[(x+2)e^{x+1}\right]_{0}^{-1} - \left[e^{x+1}\right]_{0}^{-1}$$

$$= (-1+2)e^{-1+1} - (0+2)e^{0+1} - e^{-1+1} + e^{1}$$

$$\boxed{\int_{0}^{-1}(x+2)e^{x+1}dx = -e}$$

c) $\int_2^3 (2x+1)\ln x dx$

Posons $\begin{cases} u'(x) = 2x+1 \\ v(x) = \ln x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u(x) = x^2 + x \\ v'(x) = \dfrac{1}{x} \end{cases}$

$$\int_2^3 (2x+1)\ln x dx = \left[\left(x^2+x\right)\ln x\right]_2^3 - \int_2^3 \frac{1}{x}(x^2+x)dx$$

$$= \left[\left(x^2+x\right)\ln x\right]_2^3 - \int_2^3 (x+1)dx$$

$$= \left[\left(x^2+x\right)\ln x\right]_2^3 - \frac{1}{2}\left[(x+1)^2\right]_2^3$$

$$= \left(3^2+3\right)\ln 3 - \left(2^2+2\right)\ln 2 - \frac{1}{2}\left(4^2-3^2\right)$$

$$\boxed{\int_2^3 (2x+1)\ln x dx = 12\ln 3 - 6\ln 2 - \frac{1}{2}\ln\frac{7}{2}}$$

d) $\int_0^\pi x\cos x dx$

Posons $\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \cos x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \sin x \end{cases}$

$$\int_0^\pi x\cos x dx = [x\sin x]_0^\pi - \int_0^\pi \sin x dx$$

$$= [x\sin x]_0^\pi + [\cos x]_0^\pi$$

$$= \pi\cos\pi - 0 + \cos\pi - \cos 0 = -\pi - 0 - 1 - 1 = -\pi - 2$$

$$\boxed{\int_0^\pi x\cos x dx = -\pi - 2}$$

Par :
Nkeuna Ngueliako georges
PLEG – Informaticien
Lycée Bilingue de Nylon Brazzaville
Douala - Cameroun