

EXERCICES CORRIGES : LIMITES ET CONTINUITÉ

objectifs

Démonstration

Exercice

Soit f une fonction continue sur un intervalle I . Démontrer que si f ne s'annule pas sur I , alors f garde un signe constant sur I

Solution

Soit f une fonction continue sur un intervalle I , et ne s'annule pas sur I

Posons $I = [a; b]$. Puisque f ne s'annule pas sur I , on a $f(a) \times f(b) > 0$

$f(a)$ et $f(b)$ sont du même signe.

Supposons qu'il existe $x_0 \in]a; b[$ tel que $f(x_0)$ soit du signe contraire de $f(a)$ et $f(b)$. On aurait alors $f(a) \times f(x_0) < 0$, ce qui d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que f s'annule sur $]a; x_0[$, une contradiction donc, puis que f ne s'annule pas sur $I = [a; b]$.

Conclusion f garde un signe constant sur I