

Exercices corrigés.**Exercice 1**

la suite (u_n) est arithmétique. On connaît $u_0 = 10$, $u_{12} = 180$. Calculer r

Exercice 2

la suite (u_n) est arithmétique. On connaît $u_0 = 5$, $u_{10} + u_{15} = 100$. Calculer r

Exercice 3

la suite (u_n) est arithmétique. On connaît $u_0 + u_1 + \dots + u_{20} = 210$, $u_{10} + u_{11} = 42$. Calculer u_0 et r

Exercice 4

Trois nombres a , b et c sont en progression arithmétique. Calculez ces nombres sachant que :

$$\begin{cases} a + b + c = 21 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 155 \end{cases}$$

Résolution**Quelques rappels importants, concernant les suites arithmétiques**

- **Définition** : Elles sont dites suite affines, de terme général $u_n = an + b$, a et b étant des réels.

- **Relation entre deux termes u_p et u_q** : Si p et q sont deux nombres entiers, tels que $p > q$ on a la relation fondamentale $u_p = (p - q)r + u_q$

- **Somme de termes consécutifs** : $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n)$

$$\sum u_p = \frac{\text{Nombre de termes}}{2} \times (\text{Premier terme} + \text{Dernier terme})$$

- **Si trois nombres a , b et c sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique, alors**

$$b = \frac{a+c}{2}$$

- **Trois termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison r sont notés**

$$a - r ; a ; a + r$$

Correction**Exercice 1**

$$u_{12} = u_0 + 12r$$

$$\text{On a donc } 180 = u_0 + 12r \Rightarrow r = \frac{180 - u_0}{12} = \frac{180 - 10}{12} = \frac{170}{12} = \frac{85}{6} \quad r = \frac{85}{6}$$

Exercice 2

$$u_{10} + u_{15} = 100 \Rightarrow u_0 + 10r + u_0 + 15r = 100 \Rightarrow 2u_0 + 25r = 100$$

$$2u_0 + 25r = 100 \Rightarrow 10 + 25r = 100 \Rightarrow r = \frac{100 - 10}{25} = \frac{90}{25} = \frac{18}{5} \quad r = \frac{18}{5}$$

Exercice 3

$$u_0 + u_1 + \dots + u_{20} = 210 \text{ et } u_{10} + u_{11} = 42$$

En exploitant les propriétés précédentes, on a :

$$\bullet \quad u_0 + u_1 + \dots + u_{20} = 210 \Rightarrow \frac{u_0 + u_{20}}{2} \times 21 = 210$$

$$\frac{u_0 + u_{20}}{2} \times 21 = 210 \Rightarrow \frac{u_0 + u_{20}}{2} = 10 \Rightarrow u_0 + u_{20} = 20$$

$$u_0 + u_{20} = 20 \Rightarrow u_0 + u_0 + 20r = 20 \Rightarrow 2u_0 + 20r = 20$$

$$\bullet \quad u_{10} + u_{11} = 42 \Rightarrow u_0 + 10r + u_0 + 11r = 42 \Rightarrow 2u_0 + 21r = 42$$

$$\text{On obtient le système d'équation : } \begin{cases} 2u_0 + 20r = 20 \\ 2u_0 + 21r = 42 \end{cases}$$

La résolution donne $r = 22$ et $u_0 = -210$

Exercice 4

$$\begin{cases} a + b + c = 21 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 155 \end{cases}$$

$$a + b + c = 21 \Rightarrow b - r + b + b + r = 21 \Rightarrow 3b = 21 \Rightarrow b = 7$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 155 \Rightarrow (b - r)^2 + b^2 + (b + r)^2 = 155 \Rightarrow b^2 - 2br + r^2 + b^2 + b^2 + 2br + r^2 = 155$$

On obtient :

$$\Rightarrow b^2 - 2br + r^2 + b^2 + b^2 + 2br + r^2 = 155 \Rightarrow 3b^2 + 2r^2 = 155$$

$$\Rightarrow 3b^2 + 2r^2 = 155 \Rightarrow 3 \times 7^2 + 2r^2 = 155 \Rightarrow 147 + 2r^2 = 155$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{155 - 147}{2} = 4$$

$$\Rightarrow r^2 = 4$$

$$\Rightarrow r = 2 \text{ ou } r = -2$$

Les nombres a , b et c sont dans l'ordre : 5, 7, 9

Par :

Nkeuna Ngueliako Georges

PLEG – Informaticien

Lycée Bilingue de Nylon Brazzaville Douala - Cameroun