MINESEC	LYCEE CLASSIQUE D'EDEA			
DRL-DDSM	EXAMEN :	SEQUENCE N° 2	Durée: 3h	2^{ndes} C_1 & C_2
COEFF.6	EPREUVE	MATHEMATIQUES	Lundi, 21 Novembre 2016	

EXERCICE 1 : 4 points

A) On pose : $\alpha = \sqrt{1+\frac{\sqrt{7}}{4}} - \sqrt{1-\frac{\sqrt{7}}{4}}$.

1. Donner en justifiant le signe de α et calculer α^2. **1,25pt**
2. En déduire la valeur exacte de α. **0,5pt**

B) 1. Vérifier que pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$. **0,5pt**

2. En déduire la valeur exacte de la somme :

$$S = \frac{3}{1^2\times 2^2} + \frac{5}{2^2\times 3^2} + \frac{7}{3^2\times 4^2} + \frac{9}{4^2\times 5^2} + \frac{11}{5^2\times 6^2} + \frac{13}{6^2\times 7^2} + \frac{15}{7^2\times 8^2}.$$ **0,75pt**

C) x, y et z sont trois réels positifs.

1. Montrer que : $x + y \geq 2\sqrt{xy}$. **0,5pt**
2. En déduire que $(x+y)(y+z)(z+x) \geq 8xyz$. **0,5pt**

EXERCICE 2 : 3 points

Soient $\vec{a}$ et $\vec{b}$ deux vecteurs non colinéaires du plan.

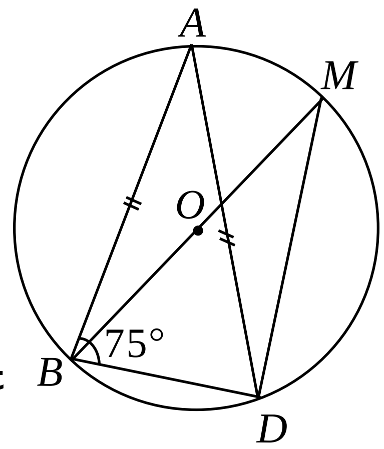
1. Calculer $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2 + \left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2$ et $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2 - \left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2$. **1pt**
2. Soient O, A, B et C les points du plan tels que : $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ et $\overrightarrow{OC} = \vec{a}+\vec{b}$.
   - **(a)** Faire une figure. **0,5pt**
   - **(b)** Démontrer que le quadrilatère $OACB$ est un parallélogramme. **0,5pt**
   - **(c)** Exprimer à l'aide des points de la figure, le vecteur $\vec{a}-\vec{b}$. **0,5pt**
   - **(d)** En déduire que $2OA^2 + 2OB^2 = OC^2 + AB^2$, et énoncer une propriété des diagonales d'un parallélogramme. **0,5pt**

EXERCICE 3 : 3 points

ABC est un triangle. I est le milieu de $[AB]$. K et F sont tels que : $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

1. Faire une figure. **1pt**
2. Montrer que $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. **0,75pt**
3. Montrer que les points I, F et K sont alignés. **0,75pt**
4. Montrer que le point M tel que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ est le milieu de $[IC]$. **0,5pt**

EXERCICE 4 : **2,5 points**



La figure codée ci-contre n'est pas réalisée en vraie grandeur.

1. Donner en justifiant la nature du triangle BMD. **0,5pt**
2. Calculer $mes\widehat{BAD}$. **0,5pt**
3. En déduire $mes\widehat{BMD}$ et $mes\widehat{BOD}$. **1pt**
4. Quelle est la nature exacte du triangle BOD ? **0,5pt**

EXERCICE 5 : **4 points**

Soit P, H les polynômes définis par : $P(x) = -2x^3 + 7x^2 - 4x - 4$ et $H(x) = -2x^2 + 3x + 2$.

1. Calculer $P(2)$ et conclure. **0,5pt**
2. Mettre $P(x)$ sous la forme $P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$ où a, b et c sont des réels à déterminer. **1pt**
3. **(a)** Ecrire $H(x)$ sous la forme **0,75pt**

   (b) Factoriser alors $P(x)$. **0,75pt**
4. Etudier suivant les valeurs de x le signe de $P(x)$. **1pt**

EXERCICE 6 : **3,5 points**

I) ABC est un triangle d'aire $\mathscr{A}$. On note R le rayon de son cercle circonscrit $\mathscr{C}$ et on pose $a = BC = 3cm$, $b = AC = 1+\sqrt{6}\ cm$, $c = AB = 2cm$ et $\mathscr{A} = \dfrac{(1+\sqrt{6})\sqrt{3}}{2} cm^2$.

1. En utilisant le théorème des sinus, déterminer $mes\widehat{A}$. **0,75pt**
2. Calculer la valeur de R. **0,75pt**

II) (d_1) et (d_2) sont deux droites sécantes en O. Soit A un point n'appartenant ni à (d_1) ni à (d_2). On note A_1, A_2 et A_3 les symétriques respectifs de A par rapport à $(d_1), (d_2)$ et O.

1. Faire une figure claire et soignée. **1pt**
2. Montrer que $mes\widehat{A_1AA_2} = 180° - mes\widehat{A_1A_3A_2}$. **1pt**

   Indication : *On pourra montrer que $AA_1A_3A_2$ est un quadrilatère convexe inscriptible dans un cercle que vous caractérisez.*