MINESEC	EVALUATION HARMONISEE	ANNEE SCOLAIRE 2016-2017
Délégation régionale du littoral	Epreuve : Mathématiques	Séquence n°2
Délégation départementale du Wouri	Classe : Terminales c	Durée : 6h
Bassin pédagogique n°1	Lycée d'Akwa	Coeff : 6

L'épreuve comporte quatre exercices indépendants

Exercice N°1 : 4,5 points

I. Soit la suite (V_n) définie par $V_n = \sqrt{1+n} - n$

1. vérifier que $V_n = \dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

2. Montrer que $\dfrac{1}{2\sqrt{1+n}} \leq V_n \leq \dfrac{1}{2\sqrt{n}}$, puis en déduire la limite de (V_n)

II. Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \sqrt{8+2U_n}$, $\forall n \in \mathbb{N}$

1 . a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 0 < 4 - U_{n+1} < \dfrac{1}{2}(4 - U_n)$

b) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 0 < 4 - U_n < \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ et déterminer la limite de (U_n)

2. Pour tout entier naturel, on pose : $S_n = \dfrac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} U_k$

a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 4 - \dfrac{2}{n}\left[1 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right] \leq S_n < 4$

b) Déterminer la limite de (S_n)

Exercice N°2 : 6 points

1. a) Calculer les limites en $+\infty$ et en $-\infty$ de la fonction suivante : $f : x \mapsto \dfrac{x^2+1}{|-2x+3|}$

   b) calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1-\cos x}}{\sin x}$ et $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x^2-x-6}}$

2. Soit la fonction numérique $f : x \mapsto \dfrac{2x^2}{\sqrt{x^2+1}}$. Démonter que la courbe représentative (C_f) de f admet en $-\infty$ une asymptote oblique dont on donnera une équation cartésienne, puis sa position par rapport à (C_f)

3. Soit la fonction f définie sur $[1;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x-1}-2$

   a) Etudier la continuité de f sur $[1;+\infty[$

   b) Justifier que $\forall x \in [1;+\infty[, f(x) \geq -2$

   Démonter que tout élément y_0 de $[-2;+\infty[$ a un antécédent x_0 dans $[1;+\infty[$. En déduire l'image par f de l'intervalle $[1;+\infty[$

4. a) Démonter que l'équation $x^3-6x-6=0$ a une unique solution réelle.

   b) Déterminer une valeur approchée à 10^{-1} près de cette solution.

PROBLEME : 11 points

A) ARITHMETIQUE : 3,5 points

I. 1) Déterminer suivant les valeurs de l'entier naturel n le reste de la division Euclidienne de 4^n par 7

   2) Déterminer suivant les valeurs de l'entier naturel n le reste de la division Euclidienne de $A=851^{3n}+851^{2n}+851^n+2$ par 7

   3) Soit $N=\overline{2103211}^4$. Déterminer dans le système décimal le reste de la division euclidienne de N par 4.

II. 1) Un nombre qui s' écrit avec quatre chiffres identiques peut – il être un carré parfait ?(carré d'un nombre entier.)

   2) Démontrer qu'un entier congru à 7 modulo 8 ne peut être égal à la somme de trois carrés.

B) CALCULS VECTORIELS : 4 points

Soit ABCDEFGH un cube d'arrête 1. On considère le repère $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$ orthonormé direct.

1) Donner l'orientation de chacune des bases suivantes : $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CG},\overrightarrow{AD}\right)$; $\left(\overrightarrow{EH},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB}\right)$
2) Ecrire une équation cartésienne du plan (BDE)
3) Ecrire une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point H et perpendiculaire au plan (BDE)
4) Déterminer les coordonnées du point d'intersection J de la droite (Δ) avec le plan (BDE)
5) En déduire la distance JH.

6) Déterminer le volume du tétraèdre BDHE.

C) NOMBRES COMPLEXES : 4 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{U},\vec{V}\right)$

1) Déterminer et représenter dans le plan l'ensemble $\left(D\right)$ des points M dont l'affixe z vérifie $z-i\overline{z}=0$
2) Au point m d'affixe $z=x+iy$, on fait correspondre le point M' d'affixe z' définie par $z'=f(z)=\dfrac{z+\overline{z}-i}{z-i\overline{z}}$

   a-1) Calculer le module de $f(i)$

   a-2) Donner un argument de $f(i)$ et en déduire que $\left[f(i)\right]^8$ est un nombre positif.

   b) Déterminer les parties réelles et imaginaires du nombre complexe z vérifiant $f(z)=i$
3) a) Calculer les coordonnées de M' en fonction de celles de M

   b) Déterminer l'ensemble des points M tels que z' soit un imaginaire pur.