MINESEC	GROUPE EVEIL*** LYCEE CLASSIQUE D'EDEA			
27.12.2016	EXAMEN	MINI SESSION 1	Durée : 3h	Classe : T^{le} C
COEFF. 5	EPREUVE	MATHEMATIQUES	Prof : T.N.AWONO MESSI	

EXERCICE 1 : **3,5 points**

1. **(a)** Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $(E): 7x-5y=1$. **0,75pt**

   (b) Une urne contient 25 jetons : des verts, des rouges et des jaunes. Sur les 25 jetons, il y a x jetons verts et y jetons rouges. Sachant que $7x-5y=1$, quels peuvent être les nombres de jetons de chaque couleur ? **0,75pt**

2. Soient a et b deux nombres entiers naturels.

   (a) Montrer que si $PGCD(a,b)=1$, alors $PGCD(ab,a+b)=1$. **0,75pt**

   (b) On suppose que $2b<a$.

   (b1) Montrer que les entiers $a-2b$ et $a+2b$ ont la même parité. **0,5pt**

   (b2) Résoudre dans $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ l'équation $a^2-4b^2=36$. **0,75pt**

EXERCICE 2 : **4,5 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2-\dfrac{|x|}{\sqrt{x^2+1}}$.

1. Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter les résultats trouvés. **0,75pt**
2. Etudier les variations de f. **0,75pt**
3. Montrer que l'équation $f(x)=x$ admet dans $]0,+\infty[$ une unique solution λ et que $1<\lambda<2$. **0,5pt**
4. Montrer que $\forall x\in[1,+\infty[$, on a : $|f'(x)|\leq\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$. **0,5pt**
5. Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0=2$ et $\forall n\in\mathbb{N}, U_{n+1}=f(U_n)$.

   (a) Montrer par récurrence que $\forall n\in\mathbb{N}, 1\leq U_n\leq 2$. **0,5pt**

   (b) Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}, |U_{n+1}-\lambda|\leq\dfrac{1}{2\sqrt{2}}|U_n-\lambda|$. **0,5pt**

   (c) En déduire que $\forall n\in\mathbb{N}, |U_n-\lambda|\leq\left(\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)^n|U_0-\lambda|$. **0,5pt**

   (d) En déduire que la suite (U_n) est convergente et préciser sa limite. **0,5pt**

EXERCICE 3 : **3,5 points**

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^3-(4+11i)z^2+(-33+32i)z+60+27i=0$.

1. **(a)** Montrer que l'équation (E) possède une solution imaginaire z_0 à préciser. **0,5pt**

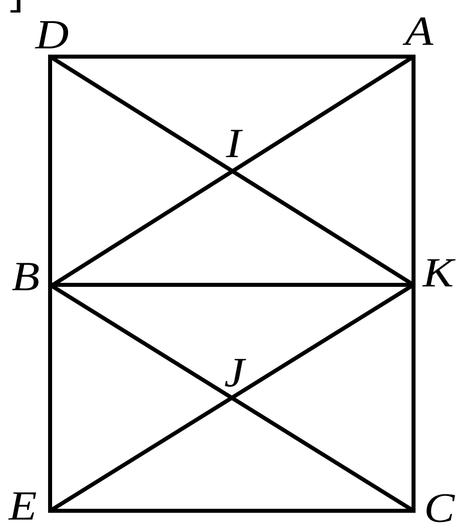
   (b) Résoudre alors l'équation (E). **1pt**

2. Soient les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 3+2i, z_B = 3i$ et $z_C = 1+6i$ dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
Déterminer la nature exacte du triangle ABC. **0,5pt**

3. Soit E le point tel que $ABCE$ est un carré. On pose : $f = S_{(AB)} \circ S_{(BC)} \circ S_{(CE)}$.
   (a) Comparer $S_{(BC)} \circ S_{(CE)}$ et $S_{(CE)} \circ S_{(BC)}$. **0,5pt**
   (b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de f. **1pt**

EXERCICE 4 : 4,5 points

$ADBK$ est un rectangle de centre I tel que $\left(\overrightarrow{BK}, \overrightarrow{BA}\right) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$.
Soit $C = S_{(BK)}(A)$. On désigne par J le milieu des segments $[BC]$ et $[KE]$. (voir figure ci-contre)
Soit f l'isométrie qui n'a pas de point fixe et qui transforme A en B, B en C et K en E.



1. (a) Prouver que le triangle ABC est équilatéral. **0,75pt**
   (b) Montrer que (IJ) est la médiatrice de $[BK]$. **0,5pt**
2. Montrer que f n'est pas une translation et en déduire la nature de f. **1pt**
3. Montrer que $f(I) = J$. **0,5pt**
4. Soit l'isométrie $\varphi = f \circ S_{(IJ)} \circ t_{\overrightarrow{JI}}$.
   (a) Déterminer $\varphi(J), \varphi(C)$ et $\varphi(E)$. **0,75pt**
   (b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f. **1pt**

EXERCICE 5 : 4 points

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f. **0,5pt**
2. Etudier les variations de f. **1pt**
3. Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ *(unité graphique 2cm).*
   (a) Montrer que $\mathscr{C}$ admet une asymptote oblique dont on précisera l'équation, puis précise la position de $\mathscr{C}$ par rapport à l'asymptote oblique. **0,75pt**
   (b) Montrer que le point $I\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ est centre de symétrie de $\mathscr{C}$. **0,5pt**
   (c) Donner une équation de la tangente (T) en I à $\mathscr{C}$. **0,5pt**
   (d) Construire $\mathscr{C}$. **0,75pt**