MINESEC	**EVALUATION HARMONISEE**	**ANNEE SCOLAIRE 2016-2017**
Délégation régionale du littoral	**Epreuve : Mathématiques**	**Séquence n°2**
Délégation départementale du Wouri	**Classe : Terminales D**	**Durée : 3h**
Bassin pédagogique n°1	**Lycée d'Akwa**	**Coeff : 4**

Exercice N°1 :2,5 points

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système : $\begin{cases} 3x-3y-3z=18 \\ 7x-21y+7z=-84 \\ 2x+2y-14z=-48 \end{cases}$
2) Trois personnes jouent ensemble. Ils conviennent qu'a chaque partie, le perdant doublera l'avoir de chacun des deux autres joueurs. Ils se retirent du jeu avec 24 louis chacun, on demande combien chacun avait d'argent en venant jouer sachant qu'ils ont joué trois parties et que chacun d'eux à perdu une partie.

Exercice N°2 : 5 points

Soit la suite numérique (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0=2$ et , pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$$

1. a) Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4. On pourra en donner des valeurs approchées à 10^{-2} près.
   b) Formuler une conjecture sur le sens de variation de cette suite.
2. a) Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_n \le n+3$
   b) Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{3}(n+3-u_n)$
   c) En déduire une validation de la conjecture.
3. On désigne par (v_n) la suite définie par $v_n=u_n-n$
   a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{2}{3}$
   b) En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n=2\times\left(\frac{2}{3}\right)^n+n$
   c) Déterminer la limite de la suite (u_n)
4. Pour tout entier naturel non nul, on pose $S_n=\sum_{k=0}^{k=n}u_k=u_0+u_1+\cdots+u_n$ et $T_n=\frac{S_n}{n^2}$

a) Exprimer S_n en fonction de n

b) Déterminer la limite de la suite (T_n)

Exercice N°3

On considère les nombres complexes $z = \dfrac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$ et $z' = 1 - i$

1) Déterminer le module et un argument de z, z' et $\dfrac{z}{z'}$

2) Déterminer la forme algébrique de $\dfrac{z}{z'}$

3) En déduire que $\cos\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

PROBLEME

Le problème comporte deux parties indépendantes A et B

PARTIE A

1) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $z = -8 + 6i$

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (3+5i)z - 2 + 6i = 0$

3) Pour tout nombre complexe z, on pose :

   $f(z) = z^3 - (3+7i)z^2 - 12(1-i)z + 12 + 4i$

   a) Montrer qu'il existe un nombre imaginaire pur z_0 tel que $f(z_0) = 0$

   b) Déterminer deux nombres complexes a et b tels que

   $f(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$

   c) Déduire les solutions de l'équation $f(z_0) = 0$

4) Soit les points A, B et C, d'affixes respectives : $z_A = 2i$, $z_B = 1 + i$ et $z_C = 2 + 4i$

   a) Représenter les points A, B et C dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

   b) Calculer le module et un argument de $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$

   c) En déduire la nature du triangle ABC.

PARTIE B

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. On prendra 2cm pour unité graphique. Soit A le point d'affixe i et B le point d'affixe 2.

1. a) Déterminer l'affixe du point B_1 image de B par l'homothétie de centre A et de rapport $\sqrt{2}$

   b) Déterminer l'affixe du point B' image de B_1 par la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{4}$. Placer les points A, B et B'

2. On appelle f la transformation du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' tel que $z'=(1+i)z+1$

   a) Montrer que B a pour image B'

   b) Montrer que A est le seul point invariant par f

   c) Etablir que pour tout nombre complexe z distinct de i, $\frac{z'-z}{i-z}=-i$

   Interpréter ce résultat en termes de distances puis en termes d'angle. En déduire une méthode de construction de M' à partir de M, pour M distinct de A

3. a) Donner la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble Σ_1 des points M du plan dont l'affixe z vérifie $|z-2|=\sqrt{2}$

   b) Démontrer que $z'-3-2i=(1+i)(z-2)$

   En déduire que si le point M appartient à Σ_1, alors son image par f appartient à un cercle Σ_2 dont on précisera le centre et le rayon.

   c) Tracer Σ_1 et Σ_2 sur la même figure que A, B et B'