MINESEC	**EVALUATION HARMONISEE**	**ANNEE SCOLAIRE 2015-2016**
Délégation régionale du littoral	**Epreuve : Mathématiques**	**Séquence n°4**
Délégation départementale du Wouri	**Classe : Terminales c**	**Durée : 6h**
Bassin pédagogique n°1	**Lycée d'Akwa**	**Coeff : 6**

Exercice 1 :

1. a) Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$,l'équation $(E):13x-84y=7$

   b) Montrer que pour tout couple solution $(a;b)$ de (E)on a :

   $p\gcd(a;b)=1$ ou $p\gcd(a;b)=7$
2. Déterminer les solutions $(a;b)$de (E)telle que a et $b$soient premiers entre eux
3. Déterminer les solutions $(a;b)$ de (E) telle que : $p\gcd(a;b)=7$

Exercice 2 :

On considère le polynôme P définie par $P(z)=z^4-6z^3+24z^2-18z+63$

1. Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout complexe z $P(z)=(z^2+3)(az^2+bz+c)$;
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$
3. Dans un repère complexe rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{e_1},\vec{e_2})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=i\sqrt{3};$ $z_B=-i\sqrt{3};$ $z_C=3+2i\sqrt{3}$ et $z_D=\overline{z_C}$
   a) Montrer que ces 4 points appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon
   b) Placer les points A, B,C et D
4. On note E le système de D par rapport au point$O$. Déterminer la nature du triangle BEC.

Exercice 3 :

Soit S la symétrie orthogonale de l'axe $(\Delta):y=x$ et T la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}+\vec{j}$. On pose $\varphi=ToS$

1. Donner la nature de l'application φ
2. On considère les vecteurs $\vec{e_1}=\vec{i}+\vec{j};$ $\vec{e_2}=\vec{i}-\vec{j}$

La droite $(\Delta'): x-y-1=0$, et S' la symétrie orthogonale d'axe (Δ')

a) Vérifier que le triplet $(O\,;\vec{e_1}\ \vec{e_2})$ forme un repère orthogonal du plan

b) Montrer que dans la base $(\vec{e_1}\,,\vec{e_2})$, le vecteur $\overrightarrow{OA}$ se découpe de façon unique sous la forme $\overrightarrow{OA}=\vec{V_1}+\vec{V_2}$ où $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$ sont des vecteurs colinéaires à $\vec{e_1}$ et à $\vec{e_2}$ que l'on précisera.

c) On désigne par H et H' les projetés orthogonaux respectifs de A sur (Δ) et sur (Δ'). Montre que $\vec{V_2}=2\overrightarrow{HH'}$. En déduire que $T=T_1oS'\ oS$ où T_1 est une translation dont on donnera le vecteur

d) Montrer que $\varphi=T_1oS'$

PROBLEME

PARTIE A (étude d'une fonction auxiliaire)

Soit f la fonction définie sur $]-1:+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x}{x+1}-2\ln(x+1)$

1. a) Calculer $f'(x)$, puis étudier le signe de $f'(x)$
   b) Calculer les limites de f à droite en -1 et en $+\infty$
   c) Dresser le tableau de variation de f.
2. a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet exactement une solution dans $[-0,73;-0,69]$, que l'on désignera par α.
   b) Sachant que $f(0)=0$, donner le signe de $f(x)$, pour $x\in\ ]-1;+\infty[$

PARTIE B (étude de la fonction g)

Soit g la fonction définie sur l'ensemble $D=\ ]-1;0[\ \cup\ ]0;+\infty[$ par $g(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x^2}$

1. Calculer le limites de g aux bornes de D
2. a) Montrer que pour tout $x\in D$, $g'(x)=\dfrac{f(x)}{x^3}$
   b) En déduire le signe de $g'(x)$

c) Montrer que $g(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$

d) Dresser le tableau de variation de g

3. Représenter graphiquement la fonction g dans le plan rapporté à un repère orthogonal(O,I,J). On prendra $\alpha \approx -0,7$. $(OI=2cm \text{ et } OJ=1cm)$

PARTIE C (calcul approché de α)

1. a) montrer que l'équation $f(x)=0$ est équivalente à l'équation $l(x)=x$ où l est la fonction définie sur l'intervalle $I=[-0,73;-0,69]$ par $l(x)=2(x+l)\ln(x+1)$

   b) Donner le sens de variation de l sur I et montrer que pour tout élément x de I $l(x)\in I$

   c) Démontrer que pour tout élément x et I $|l'(x)|\leq \dfrac{5}{8}$

2. Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_0=-0,69$ et $u_{n+1}=l(u_n)$

   a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n; $u_n \in I$

   b) En utilisant les inégalités des accroissements finis, montrer que pour tout entier naturel $n:|u_{n+1}-\alpha|\leq \dfrac{5}{8}|u_n-\alpha|$

   c) Déduisez – en que pour tout entier naturel $n:|u_n-\alpha|\leq \dfrac{1}{25}\left(\dfrac{5}{8}\right)^n$

   d) Déterminer la limite de la suite (u_n)

   e) Déterminer le plus petit entier n tel que u_n soit une valeur approchée à10^{-4}.