MINESEC	**EVALUATION HARMONISEE**	**ANNEE SCOLAIRE 2015-2016**
Délégation régionale du littoral	**Epreuve : Mathématiques**	**Séquence n°4**
Délégation départementale du Wouri	**Classe : Terminales D**	**Durée : 4h**
Bassin pédagogique n°1	**Lycée d'Akwa**	**Coeff : 4**

Exercice 1 :

1. On pose $f(x)=\sin^4 2x$ et $g(x)=\cos^3 x\times\sin^4 x$.
   a) Lineariser $f(x)$ et en déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
   b) Déterminer la primitive G de la fonction g sur $\mathbb{R}$ qui prend la valeur 0 en $\dfrac{\pi}{2}$
2. Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer les primitives sur l'intervalle K.
   a) $f(x)=\left(x^2-2\right)\left(-x^3+6x-2\right)^{10}$ $K=\mathbb{R}$ b) $g(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+3}}$ $K=\mathbb{R}$
   c) $h(x)=\dfrac{1}{(-4x+3)^3}$ $K=\left]-\infty;\dfrac{3}{4}\right[$.

Exercice 2 :

Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

1. On considère les points A,B,C et D d'affixe respectives $2+i$, $-2i$ et $-1-i$. Soit f la similitude directe plane qui transforme A en C et B en D. Déterminer l'écriture complexe de f
2. On désigne par s la transformation d'écriture complexe : $z'=(1-i)z-3-i$, par (Γ) le cercle de centre $E(1-2i)$ et de rayon 3.
   a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de s
   b) Déterminer l'affixe du point E' image du point E par s, puis l'image (Γ') du cercle (Γ) par s.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x)=-2x+e^x & \text{si } x<0 \\ f(x)=x+1+\ln(x+1) & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$$

1. Démontrer que f est continue en 0
2. Etudier la dérivabilité de f en 0

PROBLEME :

Le problème comporte deux parties dépendantes.

Partie A

On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = -x^2 - 4 + 4\ln x$.

1. Calculer les limites de g à droite en 0 et en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée g' de g puis déterminer le signe.
3. Dresser le tableau de variation de g.
4. Justifier que g admet un maximum sur $]0;+\infty[$ et préciser sa valeur.
5. En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0;+\infty[$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{-x^2 + 2x - 4\ln x}{x}$. Et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

1. Calculer les limites de f à droite en 0 et en $+\infty$.
2. Montrer que $\forall x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ et en déduire le signe de $f'(x)$.
3. Dresser le tableau de variation de f.
4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution x_0 vérifiant : $1 < x_0 < \dfrac{3}{2}$.
5. a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est asymptote à (C) en $+\infty$.
   b) Etudier les positions relatives de (C) et (D)
6. Déterminera les coordonnées du point A de (C) où la tangente est parallèle à (D) et écrire une équation de la tangente (T) à (C) au point A.
7. Construire (T), (D) et (C).
8. a) Démontrer que la fonction f est bijective de $]0;+\infty[$ vers un intervalle I que l'on précisera
   b) Construire dans le repère précédent la courbe représentative (C') de f^{-1}