COLLEGE BENEDICTE
BP : 7237 Douala
Tel : 33 40 42 82

CONTROLE CONTINU – 2ième séquence
EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 3 heures - CLASSE : Tle D

EXERCICE 1 : Sur les systèmes linéaires

Les parties A), B) et C) sont-elles indépendantes

A) 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $z^2 - 14z + 40 = 0$. 0,25 pt

2) A l'aide de la méthode du pivot de Gauss, déterminer le triplet (x , y , z) de réels tels que : $\begin{cases} 2x - y + z = -5 \\ x + y - 2z = 0 \\ 4x - 2y + 3z = 4 \end{cases}$ .0,75 pt

3) On pose AB = z, AC = y et BC = x et on suppose que AB < AC.

a) Déterminer x, y et z sachant que : $\begin{cases} 2x - y^2 + \left(z + \dfrac{40}{z}\right) = -5 \\ x + y^2 - 2\left(z + \dfrac{40}{z}\right) = 0 \\ 4x - 2y^2 + 3\left(z + \dfrac{40}{z}\right) = 4 \end{cases}$. 1,5 pt

b) Montrer que le triangle ABC est rectangle. 1 pt

B) En utilisant la méthode du pivot de Gauss, résoudre dans $\mathbb{R}^4$ le système : $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 5 \end{cases}$. 2 pts

C) Des hommes d'affaires organisent une partie de chasse aux buffles, aux autruches et aux oies. A leur retour, on compte au total 75 têtes et 210 pattes d'animaux tués. Le transporteur perçoit une somme de 170 000 F CFA à raison de 3000F CFA par buffle, 1500 F CFA par autruche et 2000 F CFA par oie.
Déterminer le nombre de buffles, puis d'autruches et enfin d'oies. 2 pts

EXERCICE 2 : Sur les nombres complexes

Les parties A), B) et C) sont-elles indépendantes

A) Dans cet exercice, $\mathbb{C}$ désigne l'ensemble des nombres complexes et Re(z) la partie réelle du complexe z.
On note $p(z) = z^3 - (6 + 5i)z^2 + (3 + 20i)z + 10 - 15i$.
1) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $w = -2i$. 1 pt
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (3 + 3i)z + 5i = 0$. 0,75 pt
3)a) Montrer que : $3 + 2i$ est racine de p(z). 0,5 pt
Déterminer les réels a, b et c tels que $p(z) = (az^2 + bz + c)(z - (3 + 2i))$ 1,5 pt
b) Déduire dans l'ensemble $\mathbb{C}$, les solutions de l'équation (E) : $z^3 - (6 + 5i)z^2 + (3 + 20i)z + 10 - 15i = 0$. 0,75 pt
On notera z_1, z_2, z_3 les trois solutions de (E) telles que : $Re(z_1) < Re(z_2) < Re(z_3)$

B) Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O ; \vec{e_1}, \vec{e_2})$.
On considère les points A, B, C d'affixes respectives $z_A = 1 + i\sqrt{3}$, $z_B = -1 - i$ et $z_C = (2 + \sqrt{3}) + i$.
1) Calculer les distances AB, BC et AC. Quelle est la nature du triangle ABC ? 1,5 pt
2)a) Ecrire z_A , z_B et $\dfrac{z_A}{z_B}$ sous formes trigonométriques. 1,5 pt
b) Ecrire $\dfrac{z_A}{z_B}$ sous forme algébrique. 0,75 pt
c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$. 1 pt

C) Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O ; \vec{e_1}, \vec{e_2})$. On considère pour tout complexe z = x + iy différent de 1, avec x et y réels, le nombre complexe Z tel que $z' = \dfrac{z - 1}{\overline{z} - 1}$. On note M le point d'affixe z et M' le point d'affixe z'.
1) Calculer $|z'|$. Donner une interprétation géométrique du résultat de ce calcul. 1,5 pt
2) Calculer la partie réelle et la partie imaginaire de z' en fonction de x et y. 1,5 pt
3) Donner et construire l'ensemble des points M pour lesquels z' est un réel. 1,5 pt

COLLEGE BENEDICTE
BP : 7237 Douala
Tel : 33 40 42 82

CONTROLE CONTINU – 2ième séquence
EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 3 heures - CLASSE : Tle MA

Exercice 1 : Sur les équations dans $\mathbb{C}$.

A) Dans cet exercice, $\mathbb{C}$ désigne l'ensemble des nombres complexes et Re(z) la partie réelle du complexe z.
On note $p(z) = z^3 – (6 + 5i)z^2 + (3 + 20i)z + 10 – 15i$.
1) Déterminer les racines carrées du nombre complexe $w = -2i$. 1 pt
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 – (3 + 3i)z + 5i = 0$. 0,75 pt
3)a) Montrer que :$3 + 2i$ est racine de p(z). 0,5 pt
Déterminer les réels a, b et c tels que $p(z) = (az^2 + bz + c)(z – (3 + 2i))$ 1,5 pt
b) Déduire dans l'ensemble $\mathbb{C}$, les solutions de l'équation (E) : $z^3 – (6 + 5i)z^2 + (3 + 20i)z + 10 – 15i = 0$. 0,75 pt
On notera z_1, z_2, z_3 les trois solutions de (E) telles que : $Re(z_1) < Re(z_2) < Re(z_3)$
c) Calculer les distances AB, BC et AC. Quelle est alors la nature du triangle ABC. ? 1,5 pt

Exercice 2 : Sur les nombres complexes, les configurations géométriques et la trigonométrie

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O ; \vec{e_1}, \vec{e_2})$.
On considère les points A, B, C d'affixes respectives $z_A = 1 + i\sqrt{3}$, $z_B = -1 - i$ et $z_C = (2 + \sqrt{3}) + i$.

1) Calculer le rapport $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$. En déduire la nature du triangle ABC ? 1,5 pt

2)a) Ecrire z_A, z_B et $\frac{z_A}{z_B}$ sous forme trigonométrique. 1,5 pt

b) Ecrire $\frac{z_A}{z_B}$ sous forme algébrique. 1 pt

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$. 1 pt

Exercice 3 : Sur les nombres complexes et les lieux géométriques

Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O ; \vec{e_1}, \vec{e_2})$.

On considère pour tout complexe $z = x + iy$ différent de 1, avec x et y réels, le nombre complexe Z tel que $z' = \frac{z - 1}{\bar{z} - 1}$.

On note M le point d'affixe z et M' le point d'affixe z'.
1) Calculer $|z'|$. Donner une interprétation géométrique du résultat de ce calcul. 1,5 pt
2) Calculer la partie réelle et la partie imaginaire de z' en fonction de x et y. 1,5 pt
3) Donner et construire l'ensemble des points M pour lesquels z' est un réel. 1,5 pt

Exercice 4 : Linéarisation

Linéariser les expressions :
a) $\cos^4(4x)$ b) $\sin^2(3x)\cos(2x)$ 2,5 pts

Exercice 5 : Utilisation des formules d'Euler

Soit θ élément de l'intervalle $]0, \pi[$.

Montrer que : a) $1 - \cos\theta - i\sin\theta = \left(2\sin\frac{\theta}{2}\right)e^{i\frac{\pi+\theta}{2}}$ b) $1 + \cos\theta + i\sin\theta = \left(2\cos\frac{\theta}{2}\right)e^{i\frac{\theta}{2}}$. 2,5 pts