

DEVOIR SURVEILLÉ N°1 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / SEPTEMBRE 2008

NB : La qualité de la rédaction et la clarté de la copie seront prises en compte dans l'évaluation de la copie .

Exercice 1 [10pts]

1. résoudre dans \mathbb{R}^3 le système
$$\begin{cases} x - 5y - 7z = 3 \\ 5x + 3y + z = 3 \\ 3x + y - 2z = -1 \end{cases}$$
 3pts
2. Soit $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace.
 On considère les plans (P_1) , (P_2) et (P_3) tels que :
 $(P_1) : x - 5y - 7z = 3$; $(P_2) : 5x + 3y + z = 3$ et $(P_3) : 3x + y - 2z = -1$
 - (a) Montrer que (P_1) et (P_2) sont sécants; en déduire l'équation de la droite (D) telle que $D = P_1 \cap P_2$. 3pts
 - (b) Montrer que (D) et (P_3) sont sécants et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection. 3pts
 - (c) En déduire une interprétation graphique de la solution du système
$$\begin{cases} x - 5y - 7z = 3 \\ 5x + 3y + z = 3 \\ 3x + y - 2z = -1 \end{cases}$$
 1pt

Exercice 2 [10pts]

1. Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$,
 - (a) $\sum_{i=1}^n i(n-i) = \frac{n(n-1)(n+1)}{6}$ 3pts
 - (b) $n! \geq 2^{n-1}$ 2pts
2. Résoudre dans \mathbb{Z}^2 le système
$$\begin{cases} xy = -1 \\ 2x + y^3 = 1 \end{cases}$$
 . 2pts
3. Démontrer que si $n \in \mathbb{N}$, alors $n(2n+1)(7n+1)$ est divisible par 2 et par 3. 3pts