

GROUPE LANKÉ DIPITO FORMATION
 Enseignement de Base, Secondaire Général
 Technique Industriel et Commercial 1^{er} et 2^e Cycles
 Ngouso / Nkolmesseng / Rue Manguiers
 BP. 33.854 Yaoundé Tél : 22 21 52 72 / 22 21 35 93

COLLÈGE IPLEX ÉDUCATION E.S.G
 ANNÉE SCOLAIRE 2008-2009
 Classe T^{le} C Coef : 5 Durée : 4 h
Prof : M. Loumsia A.

www.doualamaths.net

SÉQUENCE N°3 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / DÉCEMBRE 2008

L'épreuve comporte 2 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 [6pts] Nombres premiers, Nombres premiers entre eux.

Partie A On considère l'expression $f_{xy} = (x - y)(x + y)$ avec $x, y \in \mathbb{N}^*$.

1. Démontrer que f_{xy} est pair si x et y sont de même parité. 0.5pt
2. Montrer que le produit de deux nombres impairs est impair. 0.5pt

Partie B On désigne par P l'ensemble des entiers naturels premiers.

on se propose de résoudre dans P^2 l'équation (E) : $x^2 - y^2 = pq$. Où p et q sont deux entiers naturels premiers.

1. Étudier le cas où $p = q = 2$ (i.e voir si on peut avoir de solution) 0.75pt
2. Étudier le cas où $q = 2$ et $p > 2$. 0.75pt
3. (a) On suppose que : $2 < q \leq p$.
 - i. Quel est la parité de pq ? 0.25pt
 - ii. Démontrer que y est nécessairement égal à 2. 0.5pt
 - iii. En déduire que si $p - q \neq 4$, alors (E) n'a pas de solution. 0.5pt
- (b) On suppose que $p - q = 4$.
 - i. Démontrer que si $(x, 2)$ est solution de (E), alors les nombres q, x et p forment une suite arithmétique de raison 2. 0.75pt
 - ii. Montrer que pour tout entier n , l'un des trois nombres $n, n + 2$ et $n + 4$ est divisible par 3. 0.5pt
 - iii. En déduire que (E) n'a de solution que si $q = 3$ et $p = 7$. 0.5pt
 - iv. Quelle est la solution de (E) dans ce cas? 0.5pt

Exercice 2 [3pts] Barycentres et utilisations

Soit ABC un triangle, G le barycentre des points pondérés $(A, 1)$, $(B, 2)$ et $(C, 2)$. Les droites (BG) et (CG) coupent (AC) et (AB) respectivement en B' et C' .

1. En utilisant le barycentre partiel, démontrer que :
 - (a) $2\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GB'} = \overrightarrow{0}$ 1pt
 - (b) $2\overrightarrow{GC} + 3\overrightarrow{GC'} = \overrightarrow{0}$ 1pt
2. En déduire que les droites (BC) et $(B'C')$ sont parallèles. 1pt

Problème [11pts]**Partie A [5pts]** Produit vectoriel

On considère l'espace E rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soient les points $A(3; -2; 2)$, $B(6; 1; 5)$, $C(6; -2; -1)$; $D(0; 4; -1)$.

1. Déterminer le produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et en déduire que les points A , B , et C sont trois points non alignés. 1pt
2. (a) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A . 0.5pt
 (b) Écrire une équation cartésienne du plan (P_1) orthogonale à la droite (AC) et passant par A . 0.5pt
 (c) Vérifier que le plan (P_2) d'équation $x + y + z - 3 = 0$ est orthogonal à la droite (AB) et passe par A . 0.5pt
3. (a) Écrire une équation cartésienne de la sphère (S) de centre B et de rayon $R = 5\sqrt{3}$. 0.5pt
 (b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble $L = (S) \cap (P_2)$. 1pt
4. (a) Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC}$. En déduire que la droite (AD) est orthogonale au plan (ABC) . 1pt
 (b) On rappelle que le volume du tétraèdre $ABCD$ est $V = \frac{1}{3} \text{aire}(ABC) \times AD$.
 Déterminer alors ce volume. 0.5pt

Partie B [6pts] Etude de fonctions.

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{3}{4} \sqrt{|-x^2 + 4x + 12|}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Déterminer le domaine de définition de f . 0.5pt
2. Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 2×0.25pt
3. C_f admet-elle de branches infinies ? si oui, déterminer leurs équations. 1pt
4. Exprimer $f(x)$ sans barres de valeur absolue. 0.5pt
5. Étudier la dérivabilité de f en -2 et en 6 . 1pt
6. Étudier les variations de f et dresser le tableau de variations. 1.5pt
7. Construire avec soins C_f en faisant ressortir : 1pt
 - les demi-tangentes en -2 et en 6
 - les branches infinies
 - les extréma