LYCÉE DE MAKEPE
BP 8044 TEL 33 47 32 47
MAKEPE - DOUALA
www.doualamaths.net

BACCALAUREAT BLANC / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1 **5 pts**

1. On donne les nombres complexes $Z_0 = 4$; $Z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $Z_2 = 1 - i\sqrt{3}$. Déterminer un polynôme P de degré 3 dont Z_0, Z_1 et Z_2 sont les racines. 0,75pt

2. Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$)(unité : 2 cm). A, B et C sont les points d'affixes $a = 4$; $b = 1 + i\sqrt{3}$ et $c = 1 - i\sqrt{3}$.
   a. Placer les points A, B et C dans un repère du plan. 0,75pt
   b. Montrer que le triangle est équilatéral. 0,5pt
   c. Soit K le point d'affixe $Z_K = -\sqrt{3} + i$. On appelle F l'image de K par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$ et G l'image de K par la translation de vecteur $\overrightarrow{OB}$.
      i. Déterminer les affixes des points F et G. 0,5pt
      ii. Montrer que les droites (OC) et (OF) sont perpendiculaires. 0,5pt
   d. Soit H le quatrième sommet du parallélogramme COFH.
      i. Montrer que ce parallélogramme est un carré. 1pt
      ii. Calculer l'affixe du point H. 0,5pt
      iii. Le triangle AGH est-il équilatéral ?. 0,5pt

Exercice 2 **5 pts**

On considère la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $U_0 = 1$ et pour tout $n \geqslant 0$, $U_{n+1} = \dfrac{1}{10}U_n(20 - U_n)$.

1. Soit f la fonction dséfinie sur $[0; 20]$ par $f(x) = \dfrac{1}{10}x(20 - x)$.
   a. Étudier les variations de f sur $[0; 20]$. 0,75
   b. En déduire que $\forall x \in [0; 10]$, $f(x) \in [0; 10]$ 0,25pt
   c. Tracer la courbe (C) de f dans un repère orthonormé (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$)du plan. (on prendra OI=OJ=0,5cm). 0,5pt

2. a. Représenter, sur l'axe des abscisses, à l'aide de ce graphique les quatres premiers termes de la suite (U_n). 1pt
   b. Que peut-on conjecturer quant à la monotonie et la convergence de la suite (U_n) ? 0,5pt.
   c. Montrer par recurrence que $\forall x \in \mathbb{N}$, $0 \leqslant U_n \leqslant U_{n+1} \leqslant 10$. 1pt
   d. Montrer que la suite (U_n) est convergente en calculer sa limite. 1pt

Problème **10pts**

Ce problème comporte trois parties sont pas indépendantes A, B et C

Partie A :

On, considère l'équation différentielle $(E) : y'' + 2y' + y = 1 - e^{-x}$.

1. Montrer que la fonction $g : x \mapsto 1 - \dfrac{x^2}{2}e^{-x}$ est une solution particulière de (E) sur $\mathbb{R}$. 0,75pt
2. Montrer que la fonction est une solution de (E) sur $\mathbb{R}$ si et seulement si la fonction $f - g$ est une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $(E') : y'' + 2y' + y = 0$. 0,75pt
3. Résoudre (E') sur $\mathbb{R}$ puis en déduire les solutions sur $\mathbb{R}$ de (E). 0,75pt
4. Déterminer la solution f de (E) sur R dont la courbe passe par l'origine du repère et admet en ce point une tangente horizontale. 0,75pt
5. utiliser l'équation différentielle (E) pour déterminer une primitive de f sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 0. 0,5pt

Partie B :

On considère la fonction f définie dans $\mathbb{R}_+$ par $f(x) = 1 - e^{-x}\left(1 + x + \dfrac{x^2}{2}\right)$

1. Étudier les variations de f puis dresser son tableau de variations. 1,5pt
2. Montrer que l'équation $f(x) = 0{,}95$ admet une unique solution x_0 dans $\mathbb{R}_+$.
   Puis vérifier que $x_0 \in]6{,}29; 6{,}3[$. 1pt

Partie C :

Pour réaliser une enquête, un employé interroge des personnes choisies au hasard dans une galerie commerçante. il se demande si trois personnes au moins accepteront de répondre.

1. Dans cette question, on suppose que la probabilité qu'une personne choisie au hasard accepte de répondre est 0,1.
   L'employé interroge 50 personnes de manière indépendante. On considère les événements :
   A :« au moins une personne accepte de répondre »
   B :« au moins 3 personnes acceptent de répondre »
   C :« trois personnes au plus acceptent de répondre »
   Calculer la probabilité des événements A, B et C. (on arrondira au millième). 1,5pt
2. Soit n un entier supérieur ou égale à 3. Dans cette question, on suppose que la variable aléatoire X qui à tout groupe de n personnes interrogés indépendamment, associe le nombre de personnes ayant accepté de répondre suit la loi de probabilité définie par :
   pour tout k tel que $0 \leqslant k \leqslant n-1$, $P(X = k) = \dfrac{e^{-a}a^k}{k!}$ et $P(X = n) = 1 - \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} \dfrac{e^{-a}a^k}{k!}$ avec $a = \dfrac{n}{10}$.
   a. Montrer que la probabilité qu'au moins 3 personnes répondent est donnée par $f(a) = 1 - e^{-a}\left(1 + a + \dfrac{a^2}{2}\right)$ 1pt
   b. Calculer $f(5)$. En donner un arrondi au millième. Cette modélisation donne-t-elle un résultat voisin de celui obtenu à la question 1 ? 0,75pt
   c. En utilisant la **question 2 de la partie B**, déterminer le nombre minimum de personnes à interroger pour que la probabilité que trois d'entre elles au moins répondent soit supérieure ou égale à 0,95. 0,75pt