COLLEGE BILINGUE L'ORCHIDÉE
BP 11525 TEL 33 47 49 65
MAKEPE - DOUALA
www.doualamaths.net

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
ANNÉE SCOLAIRE 2008-2009
Classe **T**$^{\text{le}}$ D Coef : 4 Durée : 4 h
www.Kamerschool.org

BACCALAUREAT BLANC N°2 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1 **2 pts**

1. a. Montrer que pour tout nombre réel x, on a : $\dfrac{1}{(e^x+1)^2} = 1 - \dfrac{e^x}{e^x+1} - \dfrac{e^x}{(e^x+1)^2}$ 0.5pt

   b. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{e^x}{(e^x+1)^2}dx$ 0.5pt

2. a. Déterminer une primitive de la fonction $\dfrac{xe^x}{(e^x+1)^3}$ 0.5pt

   b. Calculer à l'aide d'une intégration par parties l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{xe^x}{(e^x+1)^3}dx$ 0.5pt

Exercice 2 **4 pts**

Partie A :

On lance deux fois de suite un dé cubique parfait et on note a le résultat du premier lancer et b le résultat du second lancer. On considère l'équation du second degré $z^2 + 2az + b = 0$. (E)

Pour combien de couples (a,b) cette équation admet-elle :

1. Deux solutions complexes ? 1pt
2. Deux solutions réelles. 1pt
3. Une solution double réelle. 0,5 pt

Partie B :

Déduire de la partie A la probabilité des événements suivants :

1. A : L'équation (E) admet deux racines complexes. 0,5pt
2. B : L'équation (E) admet deux racines réelles. 0,5pt
3. C : L'équation (E) admet une racine double réelle. 0,5pt

Exercice 3 **4 pts**

Pour dater les ossements d'animaux préhistoriques, on utilise couramment la méthode dite du «carbone 14». On admet que tant que l'animal est vivant, la quantité de carbone 14 dans son organisme est constante et qu'elle est égale à 100. Après sa mort, la quantité de carbone 14 dans son corps s'amenuise progressivement. On donne le tableau suivant :

Quantité restante de carbone 14 : q_i	48	30	23	16	11
Age des ossements (En milliers d'années)	6	10	12	15	18

1. On pose $x_i = \ln q_i$ où ln désigne le logarithme décimal. Placer dans un tableau la série des (x_i,y_i), en prenant pour x_i la valeur approchée à 0,001 près par défaut. 0.5pt
2. Représenter le nuage de points de cette série dans un repère orthogonal.(unité 2 cm sur l'axe des abscisses ; 0,5 cm sur l'axe des ordonnées). 1 pt
3. Calculer les coordonnées du point moyen de ce nuage. 0.5pt
4. Effectuer un ajustement de ce nuage par la méthode des moindres carrés . 1 pt
5. On a mis à jour des ossements dont la teneur en carbone 14 est 40. A partir de l'équation de la droite (Δ) obtenue à la question 4, estimer à 500 ans près l'age de ces ossements. 1 pt

Problème **10pts**

Ce problème comporte trois parties. Les partie B et C ne sont pas indépendantes.

Partie A :

On désire résoudre l'équation $z^4 + 7 + 24i = 0$ (E).

1. Soit $z_0 = 2 - i$. Montrer que l'équation est équivalente à $z^4 - z_0^4 = 0$. 0,5 pt
2. Écrire $z^4 - z_0^4$ sous la forme d'un produit de quatre polynômes de degré 1 et en déduire les solutions de (E). 1pt
3. Montrer que les images des solutions, dans le plan complexe, sont les sommets d'un carré. 0,5 pt

Partie B :

On considère la fonction numérique g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = \ln(x^2) + \frac{4}{x} - \frac{2}{x^2}$

1. Déterminer les limites de g en 0 et en ∞. 1 pt
2. a. Soit g' la dérivée de la fonction g. Calculer $g'(x)$. 0,5 pt
   b. Étudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation. 1 pt
3. a. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $]0, +\infty[$ une solution unique α. 0,5 pt
   b. Justifier l'encadrement $0{,}1 < \alpha < 1$. 0,5 pt
   c. Donner une valeur approchée décimale à 10^{-2} par excès de α. 0,5 pt
4. Déduire de l'étude précédente le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

Partie C :

On considère la fonction numérique f, définie sur $]0, +\infty[$ par :$f(x) = e^x \left[\ln(x^2) + \frac{2}{x}\right]$.

1. a. Calculer $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x)$. 0,5 pt
   b. Déterminer la limite de f en 0. 0,5 pt
2. a. Calculer la dérivée de f. 0,5 pt
   b. Déterminer en utilisant la partie B, le sens de variation de f. 0,5 pt
3. Construire avec soin, sur papier millimétré, dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ la courbe representative de la fonction f en prenant comme unités 4 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées. 1 pt
4. a. Calculer la dérivée de la fonction numérique h définie sur $]0, +\infty[$ par $h(x) = e^x \ln(x^2)$. 0,5 pt
   b. En déduire les primitives de la fonction f. 0,5 pt