GROUPE LANKÉ DIPITO FORMATION
Enseignement de Base, Secondaire Général
Technique Industriel et Commercial **1er** et **2^{e}** Cycles
Ngousso / Nkolmesseng / Rue Manguiers
BP. 33.854 Yaoundé Tél : 22 21 52 72 / 22 21 35 93
www.doualamaths.net

COLLÈGE IPLEX ÉDUCATION E.S.G
ANNÉE SCOLAIRE 2008-2009
Classe **T^{le}** D Coef : 4 Durée : 4 h
Prof : M. Loumsia A.

SÉQUENCE N°3 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / DÉCEMBRE 2008

L'épreuve comporte 2 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice1 [4.5pts]

1. Calculer les limites suivantes : 6×0.5pt

   (a) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-\sqrt{x^2+3})$

   (b) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sin x}{x^2}$

   (c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}$

   (d) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-x\cos x)$

   (e) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\dfrac{\sin^2 x-\frac{1}{4}}{x-\frac{\pi}{6}}$

   (f) $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{|x-3|-|x+5|}{x^2-4}$

2. On pose $f(x)=\dfrac{2+\ln x}{1-\ln x}$. Étudier les limites de f en $+\infty$, en 0 et en e. 3×0.5pt

Exercice 2 [4.5pts]

On considère la fonction f définie sur]-2 ;2[par : $f(x)=\dfrac{1}{3}+\ln\left(\dfrac{2+x}{2-x}\right)$.

1. (a) Démontrer que f est impaire. 0.5pt
   (b) Étudier les variations de f sur [0 ;2[. 2pts
   (c) Construire la représentation graphique (C_f)de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J). 0.5pt
2. (a) Démontrer que l'équation $f(x)=\dfrac{1}{3}$ admet une unique solution dans]-2 ;2[. 0.5
   (b) Déterminer la valeur exacte de cette solution. 1pt

Problème [11pts]

Partie A [4.5pts]

1. On considère la transformation $F : z\mapsto\dfrac{1}{2}(1+i)z$.
   (a) Donner la nature de F et ses éléments caractéristiques. 0.5pt
   (b) Déterminer l'image par F de la droite d'équation $y=x$. 0.5pt
2. On note $z_A=1+i$ et $z_B=-1+i\sqrt{3}$ les affixes des points A et B dans le plan complexe.
   (a) Montrer que les points O, A et B appartiennent à un cercle dont on indiquera le centre. 1pt
   (b) Déterminer le rapport et l'angle orienté de la similitude directe s de centre O qui transforme A en B. 1pt
   (c) Quelle est l'écriture complexe de s. 1pt
   (d) F peut-elle être la composée de deux autres transformations du plan ? si oui, préciser ces transformations ? 0.5pt

<u>Partie</u> B [6.5pts]

On considère la fonction $f : x \mapsto \dfrac{3}{4}\sqrt{|-x^2+4x+12|}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormée.

1. Déterminer le domaine de définition de f. 0.5pt
2. Calculer : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ 2×0.25pt
3. C_f admet-elle de branches infinies ? si oui, déterminer leurs équations. 1pt
4. Exprimer $f(x)$ sans barres de valeur absolue. 0.5pt
5. Étudier la dérivabilité de f en -2 et en 6. 1pt
6. Étudier les variations de f et dresser le tableau de variations. 1.5pt
7. Montrer que l'inéquation $f(x) < 0$ n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$. 0.5pt
8. Construire avec soins C_f en faisant ressortir : 1pt
   - les demi-tangentes en -2 et en 6
   - les branches infinies
   - les extréma

www.doualamaths.net