

**DEVOIR SURVEILLÉ N°1 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / SEPTEMBRE 2008**

*Les calculatrices sont autorisées. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

**Exercice 1 (3 points.)**

1. Discuter suivant les valeurs du paramètre réel  $m$  l'existence des solutions de l'équation :  
 $(E_m) (2m - 1)x^2 + (m + 1)x - (2m + 1) = 0.$  1.5pt
2. Déterminer la valeur de  $m$  pour que  $-3$  soit solution de l'équation  
 $(2m - 1)x^2 + (m + 1)x - (2m + 1) = 0.$  0.5pt
3. On considère la droite  $(D)$  d'équation cartésienne :  $2x + 3y + 1 = 0$ . Déterminer l'équation normale de la perpendiculaire à  $(D)$  passant par le point  $A(1; -1)$ . 1pt

**Exercice 2 (7pts)**

On donne :  $H(x) = -3x^2 + (2 - 3\sqrt{3})x + 2\sqrt{3}$ .

1. Montrer que  $H$  admet deux racines distinctes réelles. 1pt
2. Sans toute fois calculer les racines de  $H$ , déterminer en justifiant la somme et le produit de ces racines. 2 pts
3. Montrer que  $-\sqrt{3}$  est une racine de  $H$ . 1pt
4. Dédire des questions précédentes, l'autre racine de  $H$ . 1pt
5. Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'inéquation  $H(x) > 0$ . 2 pts

**Problème (10 points)**

1. Résoudre par la méthode du Pivot de Gauss le système suivant dans  $\mathbb{R}^3$  : 
$$\begin{cases} 5x + 3y + \frac{1}{3}z = 100 \\ x + y + z = 100 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$$

3 pts

2. Une ferme spécialisée dans la production des lapins désire produire des lapins de couleur noire, blanche et grise. La production d'un lapin nécessite 5 mois de travail pour le noir, 3 mois pour le blanc et  $\frac{1}{3}$  de mois pour le gris.

La ferme produit 100 lapins pendant 100 mois de travail, le nombre de lapins blancs étant le tiers du nombre de lapins noirs.

Déterminer les équations traduisant :

- (a) la contrainte sur le temps ; 2.5pts
  - (b) la contrainte sur la production. 2.5pts
3. Parmi ces 100 lapins, combien sont de chaque couleur ? 2pts