MINESEC	LYCEE CLASSIQUE D'EDEA			
07.04.2016	EXAMEN :	DEVOIR DE SYNTHESE N° 5	Durée : 3h	Classe : 1ère C
COEFF. 6	EPREUVE :	MATHEMATIQUES	Prof : T.N.AWONO MESSI	

L'épreuve comporte trois exercices et un problème , tous obligatoires, sur trois pages numérotées de 1 à 3. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

EXERCICE 1 : 2,75 points

On considère l'équation $(E): |\cos x| = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.

1. **(a)** Exprimer $\cos 2x$ en fonction de $\cos x$ et en déduire que l'équation (E) peut encore s'écrire $\cos 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **0,75pt**

   (b) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E). **0,5pt**

2. **(a)** Démontrer que pour tout réel $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, on a : $\tan 2x = \dfrac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$. **0,5pt**

   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{3}t^2 + 6t - \sqrt{3} = 0$. **0,5pt**

   (c) En déduire la valeur exacte de $\tan \dfrac{\pi}{12}$. **0,5pt**

EXERCICE 2 : 3,25 points

A) Un clavier de 9 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres distincts ou non.

1	2	3
4	5	6
A	B	C

1. Combien de codes différents peut-on former ? **0,5pt**
2. Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1? **0,5pt**
3. Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1? **0,75pt**

B) Un sac contient 4 boules blanches, 5 boules noires et 2 boules rouges toutes indiscernables au toucher. On tire simultanément trois boules du sac.

1. Quel est le nombre de tirages possibles ? **0,5pt**
2. Quel est le nombre de tirages bicolores ? **1pt**

EXERCICE 3 : 3,5 points

L'espace est rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère le plan (P) passant par le point $A(1,-2,1)$ de vecteur normal $\vec{n}(-2,1,5)$ et le plan (Q) d'équation cartésienne $x+2y-7=0$. Soient les points $B(5,-2,-1), C(-1,4,-1)$ et le vecteur $\vec{u}(2,-1,1)$.

1. Démontrer que les plans (P) et (Q) sont perpendiculaires. **0,5pt**
2. Montrer que l'intersection de (P) et (Q) est la droite (Δ) de repère $(C,\vec{u})$. **0,5pt**
3. Calculer les distances $d(B,(Q))$ et $d(B,(P))$. En déduire alors $d(B,(\Delta))$. **1pt**

4. Pour tout réel t, on considère le point $M_t(1+2t, 3-t, t)$.

  (a) Déterminer en fonction de t la longueur $\varphi(t) = AM_t$. **0,5pt**

  (b) Etudier le sens de variation de φ. Préciser son minimum et l'interpréter. **1pt**

PROBLEME : 10,5 points

Le problème comporte trois parties indépendantes A,B et C.

PARTIE A : 6 points

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \dfrac{x^2-3x}{x^2-4}$. (C_f) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.*(unité sur les axes : 1cm)*

1. Montrer que l'ensemble de définition de f est :

$$D_f =]-\infty;-2[\cup]-2;2[\cup]2;+\infty[.$$ **0,5pt**

2. **(a)** Etudier les variations de f. **2pts**

  (b) Préciser les équations des asymptotes à (C_f). **0,75pt**

3. Construire soigneusement (C_f). *On précisera les points de rencontre de* (C_f). *avec les axes de coordonnées.* **1,25pt**

4. Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \leq 0$. **0,5pt**

5. Déduire de (C_f) le tracé de la courbe (C_g) de la fonction $g : x \mapsto f(x+1)$. **1pt**

PARTIE B : 2,5 points

Le plan $\mathscr{P}$ est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$. On considère l'application

$$f : \mathscr{P} \longrightarrow \mathscr{P}$$
$$M(x,y) \mapsto M'(x,y) \;/\; \begin{cases} x' = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{\sqrt{3}}{2}y \\ y' = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x - \dfrac{1}{2}y \end{cases}$$

1. Montrer que f est une isométrie du plan. **0,75pt**

2. Montrer que l'ensemble des points invariants par f est une droite $\mathscr{D}$ à préciser. **0,5pt**

3. Montrer que $\overrightarrow{MM'}$ est normal à $\mathscr{D}$. **0,5pt**

4. Montrer que le milieu I de $[MM']$ appartient à $\mathscr{D}$. En déduire la nature de f. **0,75pt**

PARTIE C : 2 points

$ABCD$ est un carré de côté 1. M est un point du segment $[AB]$ et N un point de la demi-droite $[CB)$ ne contenant pas B tel que $AM = NC = x$ avec $0 \leq x \leq 1$.

La droite (MN) coupe (CD) en P.

1. Exprimer PC en fonction de x. **1pt**

2. Pour quelle valeur de x PC est-elle maximale ? **1pt**