MINESEC	LYCEE CLASSIQUE D'EDEA		
EXAMEN	MATHEMATIQUES	PREPA PROBATOIRE C	Session : 2013
COEFF. 6	Prof : T.N. AWONO-MESSI	SUJET N° 2	Durée : 3H

L'examinateur tiendra compte de la qualité de la rédaction et de la présentation de la copie.

EXERCICE 1 : 3 points

Un questionnaire à choix multiple (QCM) est constitué de 8 questions. Pour chacune d'elles, 4 réponses sont proposées dont une seule est exacte. Un élève de 1ère C répond au hasard.

1. Déterminer le nombre de réponses possibles à ce QCM. **1pt**
2. Déterminer le nombre de cas où les réponses de l'élève aux 6 premières questions sont exactes et aux deux autres fausses. **1pt**
3. Déterminer le nombre de cas où l'élève donne au moins 6 réponses justes. **1pt**

EXERCICE 2 : 4 points

1. Le plan $\mathcal{P}$ est orienté et ABC désigne un triangle rectangle en A tel que $AC = 2AB$ et $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$. Soit $D = bar\{(A,1)\ ;\ (B,-1);\ (C,-1)\}$. E est le point du plan tel que $AE = 2AD$ et $(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.
   - **(a)** Réaliser la figure et placer les points D et E. **1pt**
   - **(b)** Déterminer et construire l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M du plan tels que : $MA^2 - MB^2 - MC^2 = -\frac{1}{4}AD^2$ **1pt**
   - **(c)** Soit S la similitude directe de centre A , d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de rapport 2. Déterminer $S(B)$ et $S(D)$. En déduire que $(CE) \perp (BD)$ et que $CE = 2BD$. **1pt**
2. Soient A , B , C et D quatre points distincts de l'espace $\mathscr{E}$. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales si et seulement si : $AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2$. **1pt**

EXERCICE 3 : 3 points

Soit (V_n) la suite définie par $V_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $V_{n+1} = 2V_n + 2n - 1$.

1. **(a)** Calculer V_1 et V_2. **0,5pt**

   (b) Montrer que la suite (V_n) n'est ni arithmétique , ni géométrique. **1pt**
2. On définit la suite (W_n) sur $\mathbb{N}$ par : $W_n = V_n + 2n + 1$.

   (a) Montrer que (W_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera. **0,75pt**

   (b) Exprimer W_n puis V_n en fonction de n . Déterminer V_9. **0,75pt**

PROBLEME : 11 points

Le problème comporte trois parties indépendantes A ,B et C.

Partie A 2,5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. On considère les points $A(2,0,0)$; $B(0,2,0)$ et $C(0,0,4)$.

1. **(a)** Démontrer que les points A , B et C définissent un plan. **0,5pt**

   (b) Donner une représentation paramétrique du plan (ABC). **0,5pt**

   (c) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC). **0,5pt**

2. On considère le plan (Q) d'équation cartésienne $x-2z-2=0$.

   (a) Démontrer que les plans (ABC) et (Q) sont orthogonaux. **0,5pt**

   (b) Déterminer une représentation paramétrique de leur intersection. **0,5pt**

Partie B 4 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. On donne $E(2;0)$ et F l'image de E par la rotation de centre O et d'angle $\frac{3\pi}{4}$. I est le milieu de $[EF]$.

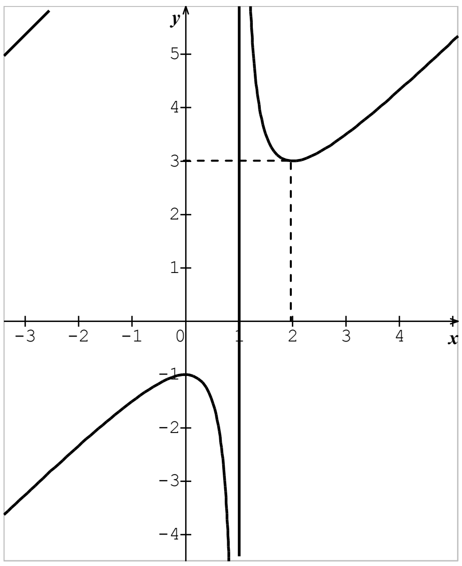
1. Déterminer les coordonnées cartésiennes de F et I. **1pt**
2. **(a)** Déterminer la nature du triangle OEF. **0,5pt**

   (b) En déduire la mesure principale de $(\vec{\imath};\overrightarrow{OI})$. **0,5pt**

3. Déduire des questions 1 et 2 , les valeurs exactes de $\cos\frac{3\pi}{8}$ et $\sin\frac{3\pi}{8}$ **1pt**
4. Résoudre dans $]-\pi;\pi[$ l'équation : $\sqrt{2-\sqrt{2}}\cos x+\sqrt{2+\sqrt{2}}\sin x=\sqrt{2}$. **1pt**

Partie C 4,5 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath})$. Soit f une fonction rationnelle dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ est donnée ci-contre.



1. Faire des conjectures sur :

   (a) L'ensemble D_f de définition de f. **0,25pt**

   (b) Les limites de f aux bornes de D_f . **1pt**

   (c) Les asymptotes à $\mathscr{C}$. **0,75pt**

2. Dresser le tableau de variation de f. **0,5pt**
3. La fonction f est définie par : $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+d}$

   Déterminer a , b , c et d. **1pt**

4. Tracer la courbe de g définie par $g(x)=f(|x|)$ **1pt**