

PROBATOIRE BLANC / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / MAI 2011

L'épreuve comporte 3 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 [3,75 points]

I- Un objet qui chute parcourt approximativement 4,9 mètres durant la première seconde, pendant la deuxième seconde, il parcourt 9,8 mètres de plus que pendant la première seconde, pendant la troisième seconde, il parcourt 9,8 mètres de plus que pendant la deuxième seconde, etc. : à chaque seconde, la distance parcourue est supérieure de 9,8 mètres à celle parcourue pendant la seconde précédente. On note d_1 la distance parcourue pendant la première seconde, d_2 celle parcourue pendant la deuxième seconde, etc.

1. Calculer d_1, d_2, d_3 . 3 × 0,25pt = 0,75pt
2. Quelle est la nature de la suite $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ 0,25 pt
3. Quelle distance parcourt l'objet pendant la huitième seconde ? 0,5pt
4. Quelle est la distance totale parcourue pendant ces huit secondes ? 0,75pt

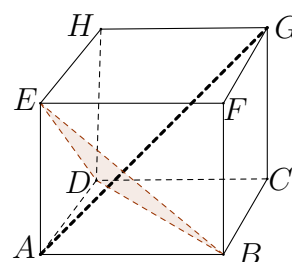
II- On se propose de résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E) : $5 \sin x - 2 \cos^2 x = 1$

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2X^2 + 5X - 3 = 0$ 0,25 pt
2. En déduire les solutions dans \mathbb{R} de l'équation (E). 0,75pt
3. Placer les points images des solutions de l'équation (E) sur le cercle trigonométrique. 0,5pt

Exercice 2 [2,25 points]

Soit $ABCDEFGH$ un cube.

1. Dans le repère $(A; AB, AD, AE)$, déterminer :
 - a. les coordonnées des points B, D et E ; 0,75pt
 - b. une équation cartésienne du plan (BDE) et une représentation paramétrique de la droite (AG) . 2 × 0,5pt
2. Démontrer que la droite (AG) est orthogonale au plan (BDE) . 0,5pt



Exercice 3 [3 points]

Les notes sur 20 en mathématiques et sciences physiques des élèves d'une classe de première SM se présentent comme suit :

Mathématiques	5	7	11	12	12	13	14	15	7	13
Sc. physiques	6	8	13	12	13	12	13	14	6	11

On désigne par x et y les notes de mathématiques et de sciences physiques respectivement.

1. Déterminer les coordonnées du point moyen de cette série statistique. 0,5pt
2. Calculer le coefficient de corrélation r de cette série. 1pt
3. Écrire l'équation réduite de la droite de régression (Δ) de y en x . 1pt

4. Peut-on prévoir la note en sciences physiques d'un élève qui a eu 17 en mathématiques ? Si oui quelle est cette prévision ? 0,5pt

Problème [11points]

Partie A :

Soit f la fonction numérique définie par
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} & \text{si } x \geq 0 \\ f(x) = x^2 - 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

1. Donner l'ensemble de définition de f . 0,5pt
2. Étudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$. 1pt
3. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 1,5pt
4. Tracer la courbe représentative (\mathcal{C}) de f dans un repère orthonormé après avoir déterminé les points de rencontre de (\mathcal{C}) avec les axes du repère. 1,5pt

Partie B :

$ABCD$ est un parallélogramme. H est le milieu du segment $[AD]$. E et F partagent le segment $[AB]$ en trois segments de même longueur tels que les points A, E, F et B soient alignés dans cet ordre.

G est un point tel que le quadrilatère $AFGH$ soit un parallélogramme.

1. Faire une figure claire et soignée. 0,5pt
2. Soit $M = \text{bar} \begin{array}{|c|c|c|} \hline A & B & D \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$. Montrer que les droites (BH) et (FD) se coupent en M . 0,75 pt
3. On considère le repère $(A, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AH})$.
 - a. Donner les coordonnées des points D, F, B, C et E dans ce repère. $5 \times 0,25\text{pt} = 1,25\text{pt}$
 - b. Écrire une équation cartésienne de chacune des droites $(DF), (BH)$ et (CE) . 0,75pt
 - c. Calculer les coordonnées de M et vérifier que les droites $(DF), (BH)$ et (CE) sont concourantes en M . 0,75pt
4. Écrire D comme barycentre des points A, B et C , puis montrer que les points M, C et E sont alignés. 0,5pt+0,5pt=1pt
5. On suppose $AB = 6$ cm et que le repère $(A, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AH})$ est orthonormé.
 - a. Déterminer l'ensemble (\mathcal{E}) des points du plan tels que : $NA^2 - NE^2 = 4$. 1pt
 - b. Déterminer une équation cartésienne du cercle (\mathcal{C}) circonscrit au triangle ABD . 0,5pt