

SÉQUENCE N°1 / ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES / OCTOBRE 2009

L'épreuve comporte 2 exercices et un problème. La qualité de la rédaction, la présentation et la clarté des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 [4.5points]

1. Résoudre dans \mathbb{R} : 1pt \times 2

a. $\sqrt{2x-3} = x-3$;

b. $\sqrt{4x+1} \leq x-1$

2. Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes suivants : 0.75pt \times 2

a. $\begin{cases} x+y=17 \\ xy=60 \end{cases}$;

b. $\begin{cases} x^2+y^2=169 \\ x+y=17 \end{cases}$

3. Discuter suivant les valeurs du nombre réel m , l'existence et le nombre de solution des équations suivantes : 0.5pt \times 2

a. $(m-1)x-2=m$;

b. $mx^2-4-5m=-m-4x$

Exercice 2 [4.5points]

On donne : $H(x) = -3x^2 + (2 - 3\sqrt{3})x + 2\sqrt{3}$.

1. Montrer que H admet deux racines distinctes réelles. 0.5pt

2. Sans toute fois calculer les racines de H, déterminer en justifiant la somme et le produit de ces racines. 1pt

3. Montrer que $-\sqrt{3}$ est une racine de H. 0.5pt

4. Dédurre des questions précédentes, l'autre racine de H. 0.5pt

5. Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $H(x) > 0$. 2pts

Problème [11points]

Partie A :

1. Un jouet coûtant 2000 F avant les fêtes, connaît une augmentation de $x\%$ pendant les fêtes, puis une baisse de $x\%$ après les fêtes.

a. Calculer les prix de ce jouet pendant et après les fêtes pour $x = 10$. 0.5pt \times 2

b. Déterminer x sachant que le jouet coûte 1442 F après les fêtes. 1pt

2. Le périmètre d'un rectangle est de 34cm et ses diagonales mesurent 13cm. Calculer les dimensions de ce rectangle. 1pt

3. a. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $x^2 + 4x - 480 = 0$ 1pt

b. Un groupe de jeunes du quartier Hardé organise une excursion pendant les vacances. Pour cela, ils louent un car à 120 000F. Au départ du car, 4 nouveaux jeunes s'ajoutent et chacun des participants doit payer 1000F de moins. Détermine le nombre de jeunes qui participent à l'excursion et la somme à payer par chacun 1.5pt

Partie B :

1. Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système suivant :
$$\begin{cases} 15x + 25y + 20z = 6075 \\ y - z = 15 \\ x + y + z = 300 \end{cases} . \quad 1.5\text{pt}$$

2. Un libraire affiche les prix par feuille suivants : Mathématiques : 25 francs ; Physique : 20 francs et Anglais : 15 francs. Un élève de la première D dépense au total 6075 francs pour acheter trois livres à savoir : un livre de mathématiques, un livre de physique et un livre d'anglais. Sachant que le livre de mathématiques a 15 feuilles de plus que le livre de physique et que la somme totale des feuilles constituant ces 3 livres est de 300 feuilles, déterminer le nombre de feuilles de chaque livre. 1.5pt

3. ABC est un triangle. I , J et K sont trois points définis par :

$$\overrightarrow{IB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{IC}; \quad \overrightarrow{JA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{JC}; \quad \overrightarrow{KB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{KA}.$$

a. Faire une figure. 0.5pt

b. Justifier que : I est le barycentre de $(B, 2)$ et $(C, 1)$; J est le barycentre de $(A, 3)$ et $(C, 2)$; K est le barycentre de $(B, 4)$ et $(A, 3)$. 1.5 pt

c. Justifier qu'il existe le point G , barycentre des points $(A, 3)$, $(B, 4)$ et $(C, 2)$. 0.5 pt