Ministère des Enseignements Secondaires
Lycée Classique d'Edéa
Département de Mathématiques

Année scolaire **: 2011 – 2012**
Classe **: 1$^{\text{ère}}$ D & 1$^{\text{ère}}$ TI**
Durée **: 3h** Coefficient **: 4**
Prof : T.N AWONO – MESSI

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Exercice 1 : 4 points

1. Sachant que $\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\pi}{4}$, calculer les valeurs exactes de $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12}$ **1pt**
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\left(\sqrt{3}-1\right)\cos 2x+\left(\sqrt{3}+1\right)\sin 2x=2.$ **1pt**
3. Placer les points images des solutions de (E) sur un cercle trigonométrique. **1pt**
4. Quelle est la nature du polygone obtenu ? Calculer son aire. **1pt**

Exercice 2 : 3 points

Une observation des ventes d'un journal par abonnement a montré que, chaque année, on compte 70% de réabonnements et environ 3 000 nouveaux abonnés . On note $\mathrm{U_n}$ le nombre d'abonnés au cours de l'année n. On admet que $\mathrm{U_0}=4000$.

1. Démontrer que, pour tout entier $n\geq 1$, $\mathrm{U_n}=0{,}7\mathrm{U_{n-1}}+3000.$ **0,5pt**
2. Calculer $\mathrm{U_1}$, $\mathrm{U_2}$ et $\mathrm{U_3}$. **0,75pt**
3. On définit la suite $(\mathrm{V_n})$ par ; pour tout entier $n\geq 1$, $\mathrm{V_n}=\mathrm{U_n}-10\,000.$
   (a) Démontrer que $(\mathrm{V_n})$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. **0,75pt**
   (b) Exprimer $\mathrm{V_n}$ en fonction de n . En déduire une relation entre $\mathrm{U_n}$ et n. **0,5pt**
   (c) En déduire le nombre total d'abonnés de ce journal au de 10 ans. **0,5pt**

Exercice 3 : 2 points

Monsieur AKOA a deux filles et un garçon. Ses filles ont chacune un garçon et une fille. Son fils a un garçon et deux filles. Il a donc en tout 10 héritiers. Il décide , par tirage au sort , d'offrir un voyage à deux d'entre eux.

Déterminer le nombre de choix possibles dans chacun des cas suivants :

1. Deux héritiers de sexes différents partent en voyage. **0,5pt**
2. Deux sœurs partent en voyage. **0,5pt**
3. Deux frères partent en voyage. **0,5pt**
4. Un frère et une sœur partent en voyage. **0,5pt**

Problème : 11 points

Partie A : 2,5 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 5x - 4$ et Γ_m l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tel que : $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = -m^2 + 5m - 9$, avec $m \in \mathbb{R}$.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) > 0$. **0,5pt**
2. Déterminer , selon les valeurs de m , la nature de Γ_m. **1,5pt**
3. Lorsque Γ_m est un cercle , précisez son centre et son rayon. **0,5pt**

Partie B : 3 points

Soit A et B deux points du plan ; O est le milieu de $[AB]$.

1. Démontrer que , pour tout point M du plan , $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = OM^2 - \frac{1}{4}AB^2$ **0,75pt**
2. Dans cette question , on donne $AB = 4$ cm et C_k l'ensemble des points M u plan tel que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k$ où $k \in \mathbb{R}$.
   (a) Montrer que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k \Leftrightarrow OM^2 = 4 + k$. **0,5pt**
   (b) Etudiez C_k suivant les valeurs de k. **1pt**
3. Déterminer et représenter l'ensemble C_k pour $k = 5$. **0,75pt**

Partie C : 5,5 points

La fonction g de la variable réelle x est définie pour tout nombre réel $x \neq 3$ par $g(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$. (C_g) désigne la courbe de g dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. Etudier les variations de g. **1,25pt**
2. **(a)** Démontrer que (C_g) admet au point A d'abscisse 2 une tangente $(\mathcal{D})$ non parallèle à l'axe des abscisses. **0,5pt**
   (b) Ecrire une équation cartésienne de $(\mathcal{D})$. **0,5pt**
   (c) Etudier la position relative de (C_g) et $(\mathcal{D})$. **0,75pt**
3. Démontrer que le point $\Omega(3;2)$ est centre de symétrie pour (C_g). **0,75pt**
4. Tracer (C_g) et $(\mathcal{D})$. **1pt**
5. Construire dans le même repère la courbe de la fonction h définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par $h(x) = |g(x)|$. **0,75pt**