

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Exercice 1 : 4 points

- Soit (U_n) la suite numérique définie par : $U_0 = 20\,000$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,
 $U_{n+1} = 1,05U_n + 1000$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $V_n = U_n + a$; $a \in \mathbb{R}$.
 - Déterminer le nombre réel a sachant que la suite (V_n) est géométrique. **1pt**
 - Exprimer V_n puis U_n en fonction de n . **1pt**
- Au premier janvier 2012, une ville possède 20 000 habitants. A partir de cette année, la population augmente de 5% par an. De plus, durant la même période, 1000 personnes viennent s'établir dans cette ville chaque année.
Quelle sera la population de la ville le 1^{er} janvier 2020 ? **1pt**
- Dans cette ville, l'ensemble des élèves de l'enseignement primaire représente 20% de la population totale. On estime qu'il faut un instituteur pour 40 élèves.
Quel devra être le nombre d'instituteurs au 1^{er} janvier 2020 ? **1pt**

Exercice 2 : 5 points

Les commerçants d'un marché sont regroupés suivant leurs recettes journalières moyennes (exprimées en milliers de francs) dans le tableau suivant :

Recettes	[0; 15[[15; 25[[25; 30[[30; 35[[35; 45[[45; 70[Total
Effectifs	13	30	?	54	60	21	?

- La fréquence de la classe $[25; 30[$ est égale à 0,11.
 - Montrer que l'effectif total de cette série statistique est $N = 200$. **0,5pt**
 - Construire l'histogramme de cette série statistique. **1pt**
- Déterminer la classe modale. **0,25pt**
- Calculer la moyenne, la variance et l'écart type de cette série statistique. **1,5pt**
- Construire le polygone des effectifs cumulés croissants. **1pt**
 - En déduire par calculs, la médiane de cette série statistique. **0,75pt**

Problème : 11 points**Partie A : 3,5 points**

Une ville dispose de deux lycées : l'un pour filles et l'autre pour garçons. Chacun des lycées possède une classe de 1^{ère} A, une classe de 1^{ère} C et deux classes de 1^{ère} D. Un centre culturel offre une bourse de voyage à six élèves issus des 8 classes des 1^{ères}. pour cela, on retient alors les 6 meilleurs élèves de chacune des 8 classes en inscrivant leurs noms sur des boules identiques que l'on met dans l'urne : on tire simultanément 6 boules de l'urne et les nominés sont les bénéficiaires de la bourse.

1. Déterminer le nombre de tirages distincts possibles. **0,5pt**
2. Calculer le nombre de tirages dans chacun des cas suivants :
 - (a) Les six bénéficiaires sont des filles de 1^{ère} D. **0,75pt**
 - (b) Les six bénéficiaires sont des garçons. **0,75pt**
 - (c) Les 6 bénéficiaires sont : 2 garçons de 1^{ère} D, 1 garçon de 1^{ère} C et 3 filles de 1^{ère} A. **0,75pt**
 - (d) Les six bénéficiaires sont 3 filles et 3 garçons de 1^{ère} C. **0,75pt**

Partie B : 3 points

Soit A et B deux points du plan tels que $G = \text{bar}\{(A; -3); (B; 1)\}$. On désigne par h la transformation du plan qui à tout point M associe le point M' tel que $\overrightarrow{AM'} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AM}$.

1. Montrer que h est une homothétie de centre G dont on déterminera le rapport. **1pt**
2. Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On a : $A(-1; 3)$ et $B(1; 1)$.
 - (a) Déterminer l'expression analytique de h . **1pt**
 - (b) En déduire les coordonnées de l'image du point $E(3; 2)$ par h . **1pt**

Partie C : 4,5 points

On considère la fonction f de la variable réelle x définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}$.

On note (C) la courbe représentative de f et le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Justifier que f est impaire. **0,5pt**
2. Etudier les variations de f . **1,5pt**
3. (a) Justifier que la droite (\mathcal{D}) d'équation $y = 0,5x$ est asymptote oblique à (C) . **0,5pt**
(b) Etudier la position relative de (C) et (\mathcal{D}) . **0,75pt**
4. Tracer avec soin (\mathcal{D}) et (C) . **1,25pt**