

DENOMBREMENT

LISTE DES COMPETENCES A ACQUERIR

Résoudre des problèmes de dénombrement d'ensembles, en utilisant des techniques telles que le principe fondamental du dénombrement, les permutations et les combinaisons

CODE COMPETENCE	DENOMINATION
D101	
D102	
D103	
D104	
D105	
D106	
D107	
D108	
D109	
D110	Développer une somme grâce au binôme de Newton
D111	Calculer $n!$; A_n^p ; C_n^p
D113	Choisir le modèle à appliquer
D114	
D115	
D116	
D117	
D118	
D119	
D120	
D121	
D122	
D123	
D124	
D125	

Exercice n°1

Combien de menus différents peut-on composer si on a le choix entre 3 entrées, 2 plats et 4 desserts ?

Exercice n°2

Un magasin qui vend des armoires de cuisine propose deux styles d'armoires et trois finis. Combien d'ensembles d'armoires différents sont possibles?

Exercice n°3

- a) Combien de nombres à 3 chiffres différents peut-on construire en utilisant les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 sans les répéter?
- b) Combien de nombres à trois chiffres seront pairs?
- c) Combien de nombres à trois chiffres seront impairs?
- d) Combien de nombres à trois chiffres seront supérieurs à 300?

Exercice n°4

Tu achètes une voiture chez un concessionnaire qui t'offre sept couleurs différentes, trois modèles de moteur et deux types de transmission. Combien de voitures le concessionnaire doit-il garder en stock pour être à même d'offrir un modèle de chaque type?

Exercice n°5

Dans combien d'ordres différents peux-tu faire jouer quatre disques compacts?

Exercice n°6

De combien de façons différentes deux personnes peuvent-elles être assises sur sept chaises?

Exercice n°7

De combien de façons trois pièces de monnaie peuvent-elles être choisies parmi cinq pièces? (Exprime la réponse sous forme factorielle).

Exercice n°8

Combien de multiples de 5 comportant 4 chiffres peut-on former avec les chiffres 1, 2, 5, 7, 9, 0 si aucune répétition n'est permise?

Exercice n°9

Combien de nombres entiers sont inférieurs à 300? (Aucune répétition possible)

Exercice n°10

Combien de nombres à 3 chiffres différents, pairs et supérieurs à 300, peut-on former avec les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7?

Exercice n°11

Combien de nombres entiers ne contenant pas de chiffres répétés y a-t-il entre 1 et 1000 inclusivement?

Exercice n°12

Des lettres sont inscrites sur des fiches. Eva a tiré les lettres A, W, L, N, S, O et D. Combien de permutations de quatre de ces lettres sont possibles?

Exercice n°13

De combien de façons trois élèves peuvent-ils être assis devant six pupitres?

Exercice n°14

Le restaurant Pizzas Poppies offrent deux choix de salades, quatre choix de desserts et huit choix de pizzas. Combien de repas de trois services sont possibles?

Exercice n°15

De combien de façons cinq personnes peuvent-elles s'asseoir dans trois pupitres?

Exercice n°16

De combien de façons quatre couples mariés peuvent-ils être assis sur un banc de parc si les conjoints doivent être assis côte à côte?

Exercice n°17

Trouve algébriquement la valeur de n :

1) $A_{n-1}^2 = 72$

2) $A_n^2 = 30$

3) $\frac{(n+3)!}{n!} = 24$

4) $C_{n+1}^{n-1} = 28$

Exercice n°18

De combien de façons 3 élèves de 4ème, 3 élèves de 3ème, 4 élèves de 2nd et 2 élèves de 1re peuvent-ils être assis en rangée, si un élève de 4ème doit être assis à chaque extrémité de la rangée?

Exercice n°19

Pendant que Jeanne mange son sandwich au fromage, elle feuillette distraitemment son dictionnaire. Son regard s'arrête sur un mot et elle se rend compte qu'elle pourrait arranger les lettres du mot de $\frac{6!}{3!}$ façons.

Trouve un mot qui a cette propriété.

Exercice n°20

Trouve le nombre de façons dont on peut placer huit livres différents sur une tablette si trois de ces livres doivent être placés ensemble.

Exercice n°21

Cinq personnes, nommées A, B, C, D, E, sont assises sur un banc. De combien de façons peuvent-elles être assises si :

- les personnes A et B veulent être assises ensemble?
- les personnes A et B ne doivent pas être assises ensemble?
- les personnes A et C sont assises ensemble, de même que les personnes B et E?

Exercice n°22

De combien de façons différentes cinq personnes, nommées A, B, C, D et E, peuvent-elles être assises autour d'une table ronde si :

- A et B doivent être assises l'une à côté de l'autre?
- A et B ne peuvent être assises l'une à côté de l'autre?
- A et B doivent être assises ensemble, de même que C et D?

Exercice n°23

De combien de façons différentes quatre filles et deux garçons peuvent-ils être assis autour d'une table ronde?

Exercice n°24

De combien de façons différentes cinq personnes peuvent-elles être assises autour d'une table ronde si on compte sept chaises?

Exercice n°25

Combien de permutations circulaires peux-tu former (laisse les réponses sous forme factorielle) :

- a) avec 10 objets?
- b) avec 100 objets?

Exercice n°26

Combien de nombres de 5 chiffres peut-on former avec les chiffres 46164?

Exercice n°27

Combien de permutations sont possibles avec les lettres du mot MISSISSIPPI?

Exercice n°28

Dans un test contenant 12 questions à choix multiples, trois réponses sont A, trois sont B, trois sont C et trois sont D. Combien de corrigés différents sont possibles?

Exercice n°29

Combien de nombres comprenant au plus 3 chiffres différents peuvent être formés avec les chiffres 0 à 9 inclusivement?

Exercice n°30

Combien d'arrangements différents peut-on former avec les lettres du mot RELEVEUR? Exprime la réponse sous forme de factorielle.

Exercice n°31

Combien de permutations sont possibles avec les lettres du mot BARABABYBAR, si on n'utilise pas l'un des B?

Exercice n°32

Trouve le nombre de façons dont huit livres différents peuvent être placés sur une tablette si trois des livres doivent se trouver ensemble.

Exercice n°33

Soit les lettres du mot ÉLÉMENTS. Combien de « mots » de cinq lettres peux-tu former en faisant alterner les voyelles et les consonnes?

Exercice n°34

Henri, Pierre et quatre filles sont assis en rangée. Henri ne peut pas s'asseoir au bout de la rangée. De combien de façons peuvent-ils être placés?

Exercice n°35

Combien de porte-clés différents peut-on former avec quatre clés de couleurs différentes?

Exercice n°36

De combien de façons peut-on choisir trois pièces de monnaie parmi cinq pièces?

Exercice n°37

De combien de façons trois élèves peuvent-ils être assis devant six pupitres?

Exercice n°38

Un comité de trois personnes est formé parmi trois garçons et trois filles. Combien de façons sont possibles si le comité doit comprendre deux garçons et une fille?

Exercice n°39

Calculer $(C_4^3)^2$

Exercice n°40

De combien de façons quatre élèves peuvent-ils être assis dans une rangée de sept pupitres?

Exercice n°41

Explique la différence entre la valeur de C_n^5 et celle de A_n^5

Exercice n°42

1) Déterminer la valeur de n pour que $C_n^3 = 3(A_n^2)$

2) Démontre le lien $C_n^{r+1} = \frac{n-r}{r+1} C_n^r$ où $0 \leq r \leq n$

Exercice n°43

Dans un groupe de cinq représentants des élèves, trois seront choisis pour siéger au Comité des fêtes.

a) Dresse la liste de toutes les possibilités pour la composition des comités.

b) Calcule C_5^3 et compare ta réponse à celle obtenue en (a).

c) Si Jeanne, l'une des élèves, doit être la présidente, combien de comités sont possibles?

Exercice n°44

Combien de mots de quatre lettres peuvent être formés avec les lettres du mot ALGÈBRE?

Exercice n°45

Montre comment tu pourrais calculer le nombre de bracelets différents que tu peux créer en choisissant cinq perles parmi huit perles de couleurs différentes.

Exercice n°46

Tu dois asseoir douze personnes autour de deux tables circulaires; autour de la première table se trouvent sept chaises et cinq chaises entourent l'autre table. De combien de façons peux-tu y arriver?

Exercice n°47

Joan organise un dîner où elle invitera six de ses neuf meilleurs amis.

a) De combien de façons peut-elle choisir six invités?

b) De combien de façons peut-elle choisir six invités si Bill et Marie refusent d'assister au dîner ensemble?

Exercice n°48

Combien de « mots » de trois lettres peuvent être formés avec les lettres du mot OCTOBRE?

Exercice n°49

Combien de jeux de 5 cartes peuvent être formés avec un paquet de 52 cartes, si les jeux contiennent 1 paire et 3 cartes de la même valeur

Exercice n°50

Au cribbage, une main comporte six cartes si deux personnes jouent.

a) Combien de mains différentes sont possibles?

b) Combien de mains comportent trois rois?

c) Combien de mains ne contiennent aucune figure?

Exercice n°51

On veut diviser un groupe de 20 élèves en trois sous-groupes. Si le groupe A doit compter cinq élèves, le groupe B huit et si le restant des élèves se retrouvent dans le groupe C, de combien de façons peut-on y arriver?

Exercice n°52

Combien existe-t-il d'arrangements possibles si 12 personnes doivent s'asseoir autour de 2 tables rondes dans un restaurant? On trouve cinq chaises autour d'une table et sept autour de l'autre.

Exercice n°53

Quatre garçons et quatre filles ont décidé de sortir dîner dans un restaurant du coin. Il reste deux tables rondes de libres, l'une étant placée près de la fenêtre et l'autre au centre du restaurant. Chaque table compte quatre places.

- De combien de façons les huit personnes peuvent-elles être assises de façon aléatoire?
- De combien de façons peuvent-elles être assises si tous les garçons doivent s'asseoir à une table et toutes les filles à l'autre?

Exercice n°54

Un jeu ordinaire compte 52 cartes. Combien de mains de cinq cartes peuvent être formées si une main doit contenir deux paires de valeurs différentes? La cinquième carte doit être différente des deux paires.

Exercice n°55

Un comité de quatre personnes doit être formé parmi quatre filles et cinq garçons. De combien de façons la sélection peut elle être effectuée si :

- chaque comité doit compter au moins une fille?
- chaque comité doit compter plus de filles que de garçons?

Exercice n°56

Une femme a dans sa garde-robe 4 jupes, 5 chemisiers et 3 vestes. Elle choisit au hasard une jupe, un chemisier et une veste. De combien de façons différentes peut-elle s'habiller ?

Exercice n°57

Deux équipes de hockey de 12 et 15 joueurs échangent une poignée de main à la fin d'un match : chaque joueur d'une équipe serre la main de chaque joueur de l'autre équipe.
Combien de poignées de main ont été échangées ?

Exercice n°58

Un questionnaire à choix multiples, autorisant une seule réponse par question, comprend 15 questions. Pour chaque question, on propose 4 réponses possibles.
De combien de façons peut-on répondre à ce questionnaire ?

Exercice n°59

Raymond Queneau a écrit un ouvrage intitulé Cent mille milliards de poèmes
Il est composé de 10 pages contenant chacune 14 vers
Le lecteur peut composer son propre poème de 14 vers en prenant le premier vers de l'une des 10 pages puis le deuxième vers de l'une des 10 pages et ainsi de suite jusqu'au
Quatorzième vers. Justifier le titre de l'ouvrage

Exercice n°60

A l'occasion d'une compétition sportive groupant 18 athlètes, on attribue une médaille d'or, une d'argent, une de bronze.
Combien y-a-t-il de distributions possibles (avant la compétition, bien sûr...) ?

Exercice n°61

En informatique, on utilise le système binaire pour coder les caractères.

Un bit (binary digit : chiffre binaire) est un élément qui prend la valeur 0 ou la valeur 1.

Avec 8 chiffres binaires (un octet), combien de caractères peut-on coder ?

Exercice n°62

Combien peut-on former de numéros de téléphone à 8 chiffres ?

Combien peut-on former de numéros de téléphone à 8 chiffres ne comportant pas le chiffre 0 ?

Exercice n°63

Quatre voyageurs laissent en sortant les clés de leur chambre au réceptionniste d'un hôtel. Celui-ci rend au hasard les clés aux quatre voyageurs à leur retour.

1. De combien de façons peut-il rendre les clés aux voyageurs ?
2. Déterminer le nombre de façons différentes de rendre les clés si :
 - (a) Chaque voyageur retrouve sa clé.
 - (b) Un voyageur retrouve sa clé.
 - (c) Deux voyageurs uniquement retrouvent leur clé.
 - (d) Aucun voyageur ne retrouve sa clé.

Exercice n°64

On forme un code secret à quatre caractères à l'aide des six symboles suivants :

2 ; 3 ; 5 ; 8 ; * ; ≡

- (a) Dénombrer tous les codes possibles.
- (b) Dénombrer les codes constitués uniquement de chiffres arabes (0, 1, 2, ..., 9).
- (c) Dénombrer les codes constitués de symboles distincts deux à deux.
- (d) Dénombrer les codes constitués de deux symboles exactement.

Exercice n°65

1. Calculer en fonction de x entier naturel les nombres C_x^2 et A_x^2
2. Un groupe de danse de tam-tam est constitué de 5 filles et de 6 garçons. Pour constituer ce groupe,
 - a. on a présélectionné 10 filles dont Anne et 10 garçons dont Jean Pierre.
 - b. Combien de groupes peut-on former avec tous ces présélectionnés ?
 - c. Combien de groupes de danse peut-on former sachant qu'Anne et Jean connus comme
 - i. meilleurs danseurs sont sélectionnés d'office ?
 - d. Combien de groupes de danse peut-on former sachant que une seule des personnes citées
 - i. (Anne et Jean Pierre) est sélectionnée ?

Exercice n°66

Un groupe d'élèves de terminale constitue le bureau de l'association " Bal des Terms : le succès ". Ce bureau est composé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier.

Combien y a-t-il de bureaux possibles ? (il y a 24 élèves dans la classe)

Exercice n°67

Six personnes choisissent mentalement un nombre entier compris entre 1 et 6.

- 1) Combien de résultats peut-on obtenir ?
- 2) Combien de résultats ne comportant pas deux fois le même nombre peut-on obtenir ?

Exercice n°68

Soit A l'ensemble des nombres de quatre chiffres, **le premier étant non nul**.

- 1) Calculer le nombre d'éléments de A.
- 2) Dénombrer les éléments de A :
 - a) composés de quatre chiffres distincts
 - b) composés d'au moins deux chiffres identiques
 - c) composés de quatre chiffres distincts autres que 5 et 7

Exercice n°69

Un clavier de 9 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres distincts ou non.

- 1) Combien de codes différents peut-on former ?
- 2) Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1 ?
- 3) Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1 ?
- 4) Combien y a-t-il de codes comportant des chiffres distincts ?
- 5) Combien y a-t-il de codes comportant au moins deux chiffres identiques ?

1	2	3
4	5	6
A	B	C

Exercice n°70

Un sondage auprès de 150 personnes a donné les résultats suivants :

A la question « Consommez-vous régulièrement de l'alcool ? », 50 personnes répondent oui.

A la question « Êtes-vous fumeur ? », 80 personnes répondent oui.

A la question « Êtes-vous un fumeur consommant régulièrement de l'alcool ? », 35 personnes répondent oui.

En faisant un tableau représentant ces données, répondre aux questions suivantes :

1. Combien de personnes sont des fumeurs ne consommant pas régulièrement de l'alcool ?
2. Combien de personnes consomment régulièrement de l'alcool et ne sont pas fumeurs ?
3. Combien de personnes ne sont pas fumeurs et ne consomment pas régulièrement de l'alcool ?
4. Combien de personnes sont fumeurs ou consomment régulièrement de l'alcool ?

Exercice n°71

Un centre de loisirs accueille 100 enfants. Deux sports sont proposés : le football et le tennis.

A la question : Aimez-vous le football ? 60 enfants lèvent la main. A la question : Aimez-vous le tennis ? 45 enfants lèvent la main.

A la question : Aimez-vous le tennis et le football ? 18 enfants lèvent la main.

En faisant un diagramme représentant ces données, répondre aux questions suivantes :

1. Combien d'enfants aiment le football mais n'aiment pas le tennis ?
2. Combien d'enfants aiment le tennis mais n'aiment pas le football ?
3. Combien d'enfants n'aiment aucun des deux sports ?
4. Combien d'enfants aiment au moins un des deux sports ?

Exercice n°72

Un restaurant propose à ses clients un menu qui se compose :

- d'une entrée à choisir parmi trois entrées possibles notées : E1, E2, E3
- d'un plat principal à choisir parmi quatre plats possibles : P1, P2, P3, P4
- d'un dessert à choisir parmi trois desserts possibles D1, D2, D3

Utiliser une disposition en forme d'arbre pour déterminer le nombre de menus différents que peut composer un client.

Exercice n°73

Une campagne de la prévention routière s'intéresse aux défauts constatés sur le freinage des véhicules et sur leur éclairage. 400 véhicules sont examinés.

Le responsable du test de freinage a noté que 60 des 400 véhicules présentaient un défaut de freinage.

Le responsable du test d'éclairage a noté que 140 des 400 véhicules présentaient un défaut d'éclairage.

Une récapitulation permet de plus de constater que 45 véhicules présentaient à la fois un défaut de freinage et un défaut d'éclairage.

Utiliser une disposition en forme d'arbre pour répondre aux questions suivantes :

1. Combien de véhicules présentent un défaut de freinage mais pas de défaut d'éclairage ?
2. Combien de véhicules présentent un défaut d'éclairage mais pas de défaut de freinage ?
3. Combien de véhicules ne présentent aucun des deux défauts ?
4. Combien de véhicules présentent au moins un des deux défauts ?

Exercice n°74

Dans un lycée de 1023 élèves on a recensé les élèves pratiquant l'Anglais et l'Espagnol.

On obtient les résultats suivants :

- 524 élèves pratiquent l'Anglais et l'Espagnol.
- 936 élèves pratiquent l'Anglais.
- 415 élèves ne pratiquent pas l'Espagnol.

En utilisant un diagramme, répondre aux questions suivantes :

1. Combien d'élèves ne pratiquent ni l'Anglais ni l'Espagnol
2. Combien d'élèves pratiquent l'Anglais mais pas l'Espagnol
3. Combien d'élèves pratiquent l'Espagnol mais pas l'Anglais
4. Combien d'élèves pratiquent l'Anglais ou l'Espagnol, mais pas les deux.

Exercice n°75

Une machine fabrique en série des tiges métalliques de forme cylindrique. Une tige peut présenter l'un des défauts suivants :

- défaut D1 : le diamètre n'est pas conforme
- défaut D2 : la longueur n'est pas conforme

Sur un lot de 100 tiges, les informations suivantes sont données :

8 tiges présentent le défaut D1,

6 tiges présentent le défaut D2

2 tiges présentent simultanément les défauts D1 et D2.

1°) Déterminer en utilisant un diagramme, le nombre de tiges du lot qui ne présentent :

- a) que le défaut D1
- b) que le défaut D2
- c) ni le défaut D1, ni le défaut D2.

2°) Répondre aux mêmes questions en utilisant un tableau.

3°) Répondre aux mêmes questions en utilisant un arbre.

Exercice n°76

On joue avec deux dés. Le dé n°1 est cubique et ses 6 faces sont numérotées de 1 à 6. Le dé n°2 est tétraédrique et ses 4 faces sont notées A, B, C, D. Écrire dans un tableau tous les tirages possibles et les dénombrer.

Exercice n°77

Un établissement propose à ses élèves le choix de langues suivant : Anglais (A) , Allemand (D) , Espagnol (E) , Italien(I) , Russe (R).

1°) Un élève doit choisir deux langues vivantes : LV1 et LV2.

En utilisant un arbre, énumérer et dénombrer tous les choix possibles. (On remarquera qu'un élève ne peut pas choisir la même langue en LV1 et LV2)

2°) Combien de choix y aurait-il pour trois langues LV1, LV2, LV3. (On pourra imaginer un arbre)

Exercice n°78

Un test d'aptitude consiste à poser à chaque candidat une série de quatre questions indépendantes auxquelles il doit répondre par "Oui" ou "Non" Un candidat répond au hasard. En utilisant une disposition en forme d'arbre, déterminer combien de possibilités il a de répondre au questionnaire.

Exercice n°79

Un enfant possède 5 crayons de couleur : un rouge, un vert, un bleu, un jaune et un marron. Il dessine un bonhomme et choisit : un crayon pour la tête, un crayon pour le corps et un crayon pour les membres. En imaginant une disposition en forme d'arbre, Dénombrer toutes les combinaisons possibles de couleurs.

1°) En supposant qu'il peut utiliser la même couleur pour différentes parties.

2°) En supposant qu'il utilise toujours trois couleurs distinctes.

Exercice n°80

Combien y a-t-il d'anagrammes du mot MATH ?

Exercice n°81

La langue française comporte 26 lettres de l'alphabet plus les lettres avec accents ou tréma soit 36 caractères qui permettent d'écrire les mots. Un mot est une liste de caractères distincts ou non ayant un sens ou non, par exemple « cab » « eta » sont deux mots.

Un mot simple est un mot dont les caractères sont tous distincts. Par exemple « cab » est un mot simple mais « cca » n'est pas un mot simple.

La longueur d'un mot est le nombre de caractères qui le composent : par exemple, le mot « littéraire » a pour longueur 10.

1°) Justifier que le nombre de mots possibles de longueur 1 est 36 et que le nombre de mots possibles de longueur 2 est 1296.

2°) Déterminer le nombre de mots simples possibles de longueur 1 et le nombre de mots simples possibles de longueur 2.

3°) Donner, le nombre de mots possibles de longueur inférieure ou égale à 3 et le nombre de mots simples possibles de longueur inférieure ou égale à 3, puis le nombre de mots possibles de longueur inférieure ou égale à 5 et le nombre de mots simples possibles de longueur inférieure ou égale à 5.

Exercice n°82

Dans un lot de 20 pièces fabriquées, 4 sont mauvaises. De combien

De façons différentes peut-on en prélever 4 dans les cas suivants :

- a) les 4 pièces sont bonnes
- b) Une au moins d'entre elles est mauvaise.
- c) Deux au moins sont mauvaises.

Exercice n°83

Une classe de 30 élèves, 12 filles et 18 garçons, doit élire un comité

Composé d'un président, un vice-président et un secrétaire.

- a) Combien de comités peut-on constituer ?
- b) Combien de comités peut-on constituer sachant que le poste de secrétaire doit être occupé par une fille ?
- c) Quel est le nombre de comités comprenant l'élève X ?
- d) Quel est le nombre de comités pour lesquels le président est un garçon et le secrétaire une fille ?
- e) Quel est le nombre de comités pour lesquels le président et le vice-président sont de sexes différents ?

Exercice n°84

Une assemblée de 15 hommes et 12 femmes désire élire un comité de 6 membres, madame A refuse de siéger dans tout comité dont ferait partie monsieur B.

- a) Quel est le nombre de comités qui pourront être constitués dans ces conditions ?
- b) Dénombrer ceux de ces comités dont madame A ferait partie.

Exercice n°85

On choisit 5 cartes dans un jeu de 32. Combien y a-t-il de résultats comprenant :

- 1) Exactement 2 valets ;
- 2) aucun as ;
- 3) au moins 3 dames ;
- 4) 2 trèfles et 3 carreaux ;
- 5) 2 cartes d'une couleur et trois de l'autre ;
- 6) au moins un roi ;
- 7) 3 piques et 2 roi ?

Exercice n°86

On considère les cinq lettres a, b, c, d, e. Combien peut-on former de Mots avec ces cinq lettres, dans lesquels les voyelles a et e ne sont pas voisines ?

Exercice n°87

On garde tous les cœurs et tous les trèfles d'un jeu de 32 cartes. Combien y a-t-il de permutations de ces 16 cartes dans les quelles deux cartes consécutives quelconques sont de couleurs différentes.

Exercice n°88

On tire successivement 4 boules d'un sac contenant 10 boules : 3 Vertes et 7 jaunes. Déterminer le nombre de tirages permettant d'obtenir :

- a) 4 boules jaunes ;
- b) 4 boules vertes ;
- c) 3 jaunes et 1 verte dans cet ordre ;
- d) 3 jaunes et une verte ;
- e) 2 jaunes et deux vertes dans cet ordre ;
- f) deux jaunes et deux vertes ;
- g) au moins 3 vertes ;
- h) au plus 3 jaunes.

On distinguera deux cas suivant que le tirage est effectué avec ou Sans remise.

Exercice n°89

Soit un polygone convexe de n côtés. Combien a-t-il de diagonales ?

Exercice n°90

Calculer le nombre d'anagrammes formées avec les lettres des mots PERE, THEOREME, ANANAS.

Exercice n°91

Soit E un ensemble de cardinal n, et A un ensemble inclus dans E de Cardinal p. Quel est le nombre de parties de E contenant A ?

Exercice n°92

Soit E un ensemble de cardinal fini n et A une partie de E de cardinal p.

1. Quel est le nombre de parties de E à k éléments qui contiennent un et un seul élément de A ?
2. Quel est le nombre de parties de E à k éléments qui contiennent au moins un élément de A ?

Exercice n°93

Soit E un ensemble de cardinal fini n

Trouver le cardinal des ensembles suivants :

- 1) $F = \{(A; B) \in P(E)^2 / A \cup B = E, A \cap B = \emptyset\}$
- 2) $G_A = \{B \in P(E) / A \cup B = E\}$ $card(A) = p$ fixé
- 3) $H = \{(A; B) \in P(E)^2 / A \cup B = E\}$

Exercice n°94

- 1) Quel est le nombre de surjections d'un ensemble à n éléments dans un ensemble à 2 éléments ?
- 2) Quel est le nombre de surjections d'un ensemble à n+1 éléments dans un ensemble à n éléments ?

Exercice n°95

Trouver le cardinal de $Q = \{(A; B) \in P(E)^2 / A \cap B = \emptyset\}$

Calculer la somme des cardinaux de toutes les parties de E avec $\text{card}(E) = n$.

Exercice n°96

On considère 7 boules numérotées de 1 à 7. L'expérience consiste à en tirer simultanément 3.

1. Soit k un entier vérifiant $3 \leq k \leq 7$. Combien y a-t-il de tirages de 3 boules dont le plus grand numéro est k ?
2. En déduire une expression de $C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + C_5^2 + C_6^2 + C_7^2$ sous forme d'un unique coefficient binomial.

Exercice n°97

Le groupe des élèves de Terminale doit s'inscrire au concours par Minitel. Il faut établir une liste de passage. Combien y a-t-il de manières de constituer cette liste? (il y a 24 élèves dans la classe)

Exercice n°98

Les nombres 5, -1 et 3 constituent la solution d'un système de trois équations à trois inconnues. Donner tous les triplets différents qui peuvent être la solution de ce système

Exercice n°99

- 1) Dénombrer les anagrammes du mot PATRICE
- 2) Dans chacun des cas suivants, dénombrer les anagrammes du mot PATRICE :
 - a) commençant et finissant par une consonne ;
 - b) commençant et finissant par une voyelle ;
 - c) commençant par une consonne et finissant par une voyelle
 - d) commençant par une voyelle et finissant par une consonne

Exercice n°100

Combien y a-t-il d'anagrammes du mot TABLEAU ?

Exercice n°101

- 1) Combien peut-on réaliser de mots de n lettres comportant k lettres se répétant p_1, p_2, \dots, p_k fois ?
- 2) Quel est le nombre d'anagrammes du mot « ANAGRAMME » ?

Exercice n°102

Dénombrer toutes les anagrammes possibles du mot PRISÉE

- 1) En tenant compte de l'accent
- 2) En ne tenant pas compte de l'accent sur le « e »

Exercice n°103

Un groupe de 3 élèves de Terminale doit aller chercher des livres au CDI. De combien de manières peut-on former ce groupe ? (il y a 24 élèves dans la classe)

Exercice n°104

Un tournoi sportif compte 8 équipes engagées. Chaque équipe doit rencontrer toutes les autres une seule fois. Combien doit-on organiser de matchs ?

Exercice n°105

Au loto, il y a 49 numéros. Une grille de loto est composée de 6 de ces numéros. Quel est le nombre de grilles différentes ?

Exercice n°106

De combien de façons peut-on choisir 3 femmes et 2 hommes parmi 10 femmes et 5 hommes ?

Exercice n°107

Dans une classe de 32 élèves, on compte 19 garçons et 13 filles. On doit élire deux délégués

- 1) Quel est le nombre de choix possibles ?
- 2) Quel est le nombre de choix si l'on impose un garçon et une fille ?
- 3) Quel est le nombre de choix si l'on impose 2 garçons ?

Exercice n°108

Christian et Claude font partie d'un club de 18 personnes. On doit former un groupe constitué de cinq d'entre elles pour représenter le club à un spectacle.

- 1) Combien de groupes de 5 personnes peut-on constituer ?
- 2) Dans combien de ces groupes peut figurer Christian ?
- 3) Christian et Claude ne pouvant se supporter, combien de groupes de 5 personnes peut-on constituer de telle façon que Christian et Claude ne se retrouvent pas ensemble ?

Exercice n°109

Au service du personnel, on compte 12 célibataires parmi les 30 employés. On désire faire un sondage : pour cela on choisit un échantillon de quatre personnes dans ce service.

- 1) Quel est le nombre d'échantillons différents possibles ?
- 2) Quel est le nombre d'échantillons ne contenant aucun célibataire ?
- 3) Quel est le nombre d'échantillons contenant au moins un célibataire ?

Exercice n°110

On constitue un groupe de 6 personnes choisies parmi 25 femmes et 32 hommes

- 1) De combien de façons peut-on constituer ce groupe de 6 personnes ?
- 2) Dans chacun des cas suivants, de combien de façons peut-on constituer ce groupe avec :
 - a) uniquement des hommes ;
 - b) des personnes de même sexe ;
 - c) au moins une femme et au moins un homme

Exercice n°111

On extrait simultanément 5 cartes d'un jeu de 32. Cet ensemble de 5 cartes est appelé une "main"

- 1) Combien y a-t-il de mains différentes possibles ?
- 2) Dénombrer les mains de 5 cartes contenant :
 - a) un carré
 - b) deux paires distinctes
 - c) un full (trois cartes de même valeur, et deux autres de même valeur. Exemple : 3 rois et 2 as)
 - d) exactement une paire
 - e) un brelan (trois cartes de même valeur, sans full ni carré)
 - f) une quinte (5 cartes de même couleur, se suivant dans l'ordre croissant)

Exercice n°112

Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5) et 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4).

- 1) On tire successivement et au hasard 3 jetons du sac, sans remettre le jeton tiré. Calculer les probabilités :
 - a) De ne tirer que 3 jetons verts ;
 - b) De ne tirer aucun jeton vert
 - c) De tirer au plus 2 jetons verts ;
 - d) De tirer exactement 1 jeton vert.
- 2) On tire simultanément et au hasard 3 jetons du sac. Reprendre alors les questions a), b), c) et d).

Exercice n°113

Un portemanteau comporte 5 patères alignées. Combien a-t-on de dispositions distinctes (sans mettre deux manteaux l'un sur l'autre) :

- a) pour 3 manteaux sur ces 5 patères ?
- b) pour 5 manteaux ?
- c) pour 6 manteaux ?

Exercice n°114

Quatre garçons et deux filles s'assoient sur un banc.

- 1) Quel est le nombre de dispositions possibles ?
- 2) Même question si les garçons sont d'un côté et les filles de l'autre.
- 3) Même question si chaque fille est intercalée entre deux garçons.
- 4) Même question si les filles veulent rester l'une à côté de l'autre

Exercice n°115

À la fin d'une réunion d'anciens élèves, tout le monde se serre la main. S'il y a n personnes à la fête, combien de poignées de mains sont échangées ?

Exercice n°116

Combien de mots différents de 7 lettres alternant consonne et voyelle peut-on former...

- a. si la première lettre est une consonne ?
- b. si la première lettre est une voyelle ?

Exercice n°117

Un de vos amis Tchadien vous a dit un jour ceci : «Au Tchad, il y a 10 millions d'habitants. 78% des Tchadiens ont un téléphone portable. Je suis sûr de trouver au Tchad au moins deux personnes qui sont nées le même jour et qui ont le même code PIN (code de 4 chiffres protégeant la carte SIM). » Votre ami a-t-il raison ?

Exercice n°118

Un tiercé est l'ordre d'arrivée des trois premiers chevaux. 17 chevaux sont au départ d'une course hippique. Combien y a-t-il de tiercés possibles :

- a. au total,
- b. gagnants dans l'ordre,
- c. gagnants mais dans le désordre ?

Exercice n°119

Lors d'un examen, un élève doit répondre à 10 questions sur 13.

- 1) Combien de choix a-t-il ?
- 2) Combien de possibilités a-t-il s'il doit répondre aux deux premières questions ?
- 3) Combien s'il doit répondre à la première ou à la deuxième question, mais pas aux deux ?
- 4) Combien s'il doit répondre à exactement 3 des 5 premières questions ?
- 5) Combien s'il doit répondre à au moins 3 des 5 premières questions ?

Exercice n°120

À partir d'un jeu de 36 cartes, de combien de façons peut-on choisir exactement :

- 1) deux cartes rouges et un pique ?
- 2) deux rois et un carreau ?

Exercice n°121

D'un jeu de 36 cartes, on veut choisir une main de 9 cartes. Combien y a-t-il de mains...

- 1) ne comportant que des cartes noires (trèfle ou pique) ?
- 2) ne comportant que des figures (valet, dame, roi ou as) ?
- 3) comportant 4 as ?
- 4) comportant 5 figures, dont 3 noires ?
- 5) comportant 3 as, 3 dames et 3 carreaux ?

Exercice n°122

Une classe de 30 élèves, 12 filles et 18 garçons, doit élire un comité composé d'un président, un vice-président et un secrétaire.

1. Combien de comités peut-on constituer ?
2. Combien de comité peut-on constituer sachant que le poste de secrétaire doit être occupé par une fille ?
3. Quel est le nombre de comités comprenant l'élève X ?

Exercice n°123

On souhaite ranger sur une étagère 4 livres de mathématiques (distincts), 6 livres de physique et 3 de chimie. De combien de façons peut-on effectuer ce rangement :

- i. si les livres doivent être groupés par matières.
- ii. si seuls les livres de mathématiques doivent être groupés

Exercice n°124

.Soient n et p deux entiers non nuls.

- i. Montrez qu'il y a C_{p+n-1}^{n-1} possibilités de façons de répartir p enveloppes identiques dans n boîtes aux lettres ?
 - ii. Supposons $p > n$. De combien de façons peut-on répartir p enveloppes identiques dans n boîtes aux lettres de sorte qu'aucune boîtes aux lettres ne reste vide ?
 - iii. De combien de facons peut-on répartir p enveloppes distinctes dans n boîtes aux lettres ?
- Indication : Si vous n'arrivez pas à voir ce qui se passe, essayez avec $n = 3$ et $p = 5$ pour lister les possibilités.

Exercice n°125

Une entreprise décide de classer 20 personnes susceptibles d'être embauchées ; leurs CV étant très proches, le patron décide de recourir au hasard : combien y-a-il de classements possibles : sans ex-aequo ; avec exactement 2 ex-aequo ?

Exercice n°126

Un étudiant s'habille très vite le matin et prend, au hasard dans la pile d'habits, un pantalon, un tee-shirt, une paire de chaussettes ; il y a ce jour-là dans l'armoire 5 pantalons dont 2 noirs, 6 tee-shirt dont 4 noirs, 8 paires de chaussettes, dont 5 paires noires. Combien y-a-t-il de façons de s'habiller ? Quelles sont les probabilités des événements suivants : il est tout en noir ; une seule pièce est noire sur les trois.

Exercice n°127

Si 30 personnes sont présentes à un réveillon et si, à minuit, chaque personne fait 2 bises à toutes les autres, combien de bises se sont-elles échangées en tout ? (On appelle bise un contact entre deux joues...)

Exercice n°128

Dans un lycée de 800 élèves, il y a 60 enseignants et 30 personnels (administratifs et de service). 60 % de l'ensemble des personnes travaillant dans le lycée (élèves, enseignants et personnels) sont des femmes. Parmi les enseignants, 55 % sont des femmes et, parmi le personnel, il y a 14 hommes.

- 1) Combien y a-t-il de femmes dans l'ensemble des personnes travaillant dans le lycée ?
Combien y a-t-il de femmes enseignantes ?
- 2) Représentez ces données dans un tableau à double entrée que vous complétez.

Exercice n°129

On interroge 500 personnes, dont 70 % de femmes, pour connaître leur avis sur un film : « plutôt positif » ou « plutôt négatif ». On sait que 60 % des personnes interrogées ont un avis « plutôt positif » et que, parmi les femmes, 56 % ont un avis « plutôt négatif ».

- 1) Calculez le nombre de femmes interrogées, le nombre de personnes ayant un avis « plutôt positif », le nombre de femmes ayant un avis « plutôt négatif »
- 2) Représentez ces données dans un tableau à double entrée que vous complétez.

Exercice n°130

Une tentative d'homicide par balle a eu lieu au cours d'un bal. La police a retrouvé dix-huit personnes présentes au moment du drame. Elle leur a demandé de répondre soit par « oui » soit par « non » à chacune des questions suivantes :

« Avez vous entendu une détonation » ?

« Avez vous vu quelqu'un s'enfuir ? »

Dix personnes ont répondu « oui » à la première question.

Six personnes ont répondu « non » à la deuxième question.

Cinq personnes ont répondu « non » aux deux questions.

- 1) Représentez ces données dans un tableau à double entrée que vous complétez
- 2) Quel est le nombre de personnes ayant répondu « oui » aux deux questions ?
- 3) Représentez cette situation à l'aide d'un arbre.

Exercice n°131

Soit n un entier naturel non nul.

Soit $f(x) = (1+x)^n$ $x \in \mathbb{R}$

- 1) Utiliser la formule de binôme de Newton pour développer $(1+x)^n$.
- 2) En déduire les sommes suivantes: $S = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$ et $S' = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + \dots + (-1)^n C_n^n$
- 3) En calculant $f'(x)$ de deux manières. Déduire la valeur de : $U_n = C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n$

Exercice n°132

Pour A ; B deux ensembles de E on note $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$. Pour E un ensemble fini, montrer :
 $\text{Card}(A \Delta B) = \text{card}A + \text{card}B - 2\text{card}A \cap B$

Exercice n°130

En utilisant la fonction $x \mapsto (1+x)^n$, calculer :

- 1) $\sum_{k=0}^n C_n^k$
- 2) $\sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k$
- 3) $\sum_{k=1}^n k C_n^k$
- 4)
- 5) $\sum_{k=0}^n \frac{1}{k+1} C_n^k$

Exercice n°133

Combien y a-t-il de bijections f de $\{1; \dots; 12\}$ dans lui-même possédant :

1. la propriété : n est pair $\Rightarrow f(n)$ est pair ?
2. la propriété : n est divisible par $\Rightarrow f(n)$ est divisible par 3 ?
3. ces deux propriétés à la fois ?
4. Reprendre les questions précédentes en remplaçant bijection par application.

Exercice n°134

Soit E un ensemble à n éléments, et $A \subset E$ un sous-ensemble à p éléments. Quel est le nombre de parties de E qui contiennent un et un seul élément de A ?