GEOMETRIE ANALYTIQUE DANS L'ESPACE

LISTE DES COMPETENCES	
CODE	**DENOMINATION**
GEOAE - 1	Tester si un plan admet un système d'équations paramétriques donné.
GEOAE - 2	Vérifier qu'un plan défini par trois points a une équation cartésienne donnée.
GEOAE - 3	Déterminer une représentation paramétrique de droite.
GEOAE - 4	Déterminer l'intersection d'un plan dont on connaît une équation cartésienne et d'une droite dont on connaît une représentation paramétrique.
GEOAE - 5	Equation cartésienne d'un plan dont on connaît un point et un vecteur normal.
GEOAE - 6	Tester si deux droites sont perpendiculaires.
GEOAE - 7	Géométrie avec coordonnées dans un cube.
GEOAE - 8	Trouver le minimum de la distance entre deux points variables.
GEOAE - 9	Déterminer l'intersection d'un plan dont on connaît une équation cartésienne et d'une droite dont on connaît une représentation paramétrique.
GEOAE - 10	Vérifier qu'un triangle est rectangle et calculer son aire
GEOAE - 11	Tester si un point donné appartient à une droite dont on connaît une représentation paramétrique.
GEOAE - 12	Lire un vecteur directeur de droite dans une représentation paramétrique.
GEOAE - 13	Vérifier qu'un vecteur est normal à un plan.
GEOAE - 14	Montrer que deux plans ne sont pas parallèles.
GEOAE - 15	Déterminer une équation cartésienne de plan.
GEOAE - 16	Vérifier qu'une droite est orthogonale à un plan.
GEOAE - 17	Déterminer l'intersection d'une droite dont on connaît une représentation paramétrique et d'un plan dont on connaît une équation cartésienne.
GEOAE - 18	Calculs de distances et inégalités.
GEOAE - 19	Vérifier qu'un vecteur est normal à un plan.
GEOAE - 20	Equation cartésienne d'un plan dont on connaît un point et un vecteur normal.
GEOAE - 21	Déterminer l'intersection d'un plan dont on connaît une équation cartésienne et d'une droite dont on connaît une représentation

	paramétrique.
GEOAE - 22	Montrer que trois points ne sont pas alignés.
GEOAE - 23	Vérifier l'alignement de trois points définis par leurs coordonnées.
GEOAE - 24	Vérifier la perpendicularité de deux droites par un calcul de produit scalaire.
GEOAE - 25	Vérifier qu'un plan défini par trois points a une équation donnée.
GEOAE - 26	Déterminer l'intersection d'un plan dont on connaît une équation cartésienne et d'une droite dont on connaît une représentation paramétrique.
GEOAE - 27	Volume d'un tétraèdre.
GEOAE - 28	Trouver la nature d'un triangle dont on connaît les coordonnées des sommets.
GEOAE - 29	Trouver la bonne représentation paramétrique d'une droite.
GEOAE - 30	Vérifier que trois points définissent un plan.
GEOAE - 31	Vérifier qu'un plan dont on connaît trois points, a une équation cartésienne donnée.
GEOAE - 32	Tester si une droite définie par deux points, a une représentation paramétrique donnée.
GEOAE - 33	Tester si deux plans dont on connaît une équation cartésienne, sont parallèles.
GEOAE - 34	Trouver l'intersection d'une droite dont on connaît une représentation paramétrique et d'un plan dont on connaît une équation cartésienne.
GEOAE - 35	Trouver la position relative d'un plan défini par une équation cartésienne et d'un plan défini par trois points.
GEOAE - 36	Calculer un angle géométrique.
GEOAE - 37	Vérifier que trois points ne sont pas alignés.
GEOAE - 38	Déterminer un vecteur normal à un plan défini par trois points non alignés.
GEOAE - 39	Déterminer une équation cartésienne d'un plan dont on connaît un point et un vecteur normal.
GEOAE - 40	Tester si un point appartient à un plan dont on connaît une équation cartésienne.
GEOAE - 41	Tester si une droite est orthogonale à un plan dont on connaît un vecteur normal
GEOAE - 42	Déterminer le point d'intersection d'une droite dont on connaît une représentation paramétrique et d'un plan dont on connaît une équation cartésienne.
GEOAE - 43	Etudier la position relative d'une droite et d'un plan.

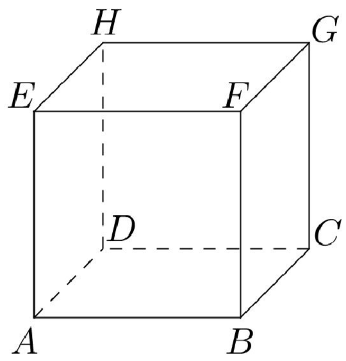
GEOAE - 44	Lire des coordonnées dans le repère $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$
GEOAE - 45	Déterminer une équation cartésienne d'un plan dont on connaît un point et un vecteur normal.
GEOAE - 46	Déterminer l'intersection d'un plan dont on connaît une équation cartésienne et d'une droite dont on connaît une représentation paramétrique.
GEOAE - 47	Montrer que deux droites sont orthogonales.
GEOAE - 48	Calculer la distance entre deux points.
GEOAE - 49	Trigonométrie dans un triangle rectangle.
GEOAE - 50	Recherche du minimum d'une fonction
GEOAE - 51	Vérifier qu'un plan dont on connaît trois points, a une équation cartésienne donnée.
GEOAE - 52	Vérifier qu'un point appartient à droite dont on connaît une représentation paramétrique.
GEOAE - 53	Déterminer l'intersection d'un plan dont on connaît une équation cartésienne et d'une droite dont on connaît une représentation paramétrique.
GEOAE - 54	Montrer que deux droites sont orthogonales. Calculer la distance entre deux points.
GEOAE - 55	Tester si une droite définie par deux points a une représentation paramétrique donnée.
GEOAE - 56	Tester si deux droites définies par une représentation paramétrique sont orthogonales
GEOAE - 57	Tester si deux droites définies par une représentation paramétrique sont coplanaires.
GEOAE - 58	Déterminer l'intersection d'un plan dont on connaît une équation cartésienne et d'une droite dont on connaît une représentation paramétrique.
GEOAE - 59	Tester si un plan défini par une équation cartésienne et un plan défini par trois points non alignés, sont parallèles.
GEOAE - 60	Déterminer une équation cartésienne d'un plan défini par un point et un vecteur normal.
GEOAE - 61	Montrer que deux plans définis par une équation cartésienne, ne sont pas parallèles
GEOAE - 62	Vérifier qu'une droite dont on connaît un système d'équations paramétriques est l'intersection de deux plans.
GEOAE - 63	Montrer que trois points définissent un plan.
GEOAE - 64	Vérifier qu'un vecteur est normal à un plan.
GEOAE - 65	Déterminer une équation cartésienne d'un plan défini par un point et un vecteur normal.
GEOAE - 66	Déterminer l'intersection d'un plan dont on connaît une équation cartésienne et d'une droite dont on connaît une représentation

	paramétrique.
GEOAE - 67	Vérifier qu'un vecteur est normal à un plan.
GEOAE - 68	Déterminer une équation cartésienne de plan défini par un point et un vecteur normal.
GEOAE - 69	Déterminer l'intersection d'un plan dont on connaît une équation cartésienne et d'une droite dont on connaît une représentation paramétrique.
GEOAE - 70	Calculer la volume d'un tétraèdre.
GEOAE - 71	Déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites
GEOAE - 72	Géométrie avec coordonnées dans un cube.
GEOAE - 73	Tester si un vecteur est normal à un plan passant par trois points
GEOAE - 74	Déterminer une équation cartésienne d'un plan dont on connaît un point et un vecteur normal.
GEOAE - 75	Déterminer l'intersection d'un plan dont on connaît une équation cartésienne et d'une droite dont on connaît une représentation paramétrique.
GEOAE - 76	Calculer le volume d'un tétraèdre.
GEOAE - 77	Tester si une droite dont on connaît une représentation paramétrique est orthogonale à un plan défini par trois points.
GEOAE - 78	Tester si deux droites sont coplanaires.
GEOAE - 79	Tester si un plan défini par trois points a une équation cartésienne donnée.
GEOAE - 80	Tester si une droite dont on connaît une représentation paramétrique est strictement parallèle à un plan dont on connaît une équation cartésienne.
GEOAE - 81	Déterminer une équation cartésienne d'un plan dont on connaît un point et un vecteur normal.
GEOAE - 82	Tester si une droite dont on connaît deux points a une représentation paramétrique donnée.
GEOAE - 83	Trouver l'intersection d'une droite de l'espace dont on connaît une représentation paramétrique et d'un plan dont on connaît une équation cartésienne.
GEOAE - 84	Tester si une droite est orthogonale à un plan.
GEOAE - 85	Etudier la position relative de deux droites dont on connaît une représentation paramétrique.
GEOAE - 86	Tester si un point appartient à une droite dont on connaît une représentation paramétrique.
GEOAE - 87	Etudier la position relative d'un plan dont on connaît une équation cartésienne et d'une droite dont on connaît une représentation paramétrique.
GEOAE - 88	Tester si un vecteur est normal à un plan dont on connaît deux vecteurs non colinéaires.

Exercice n°1

Un cube ABCDEFGH est représenté ci-contre :
Les quadruplets de points suivants déterminent-ils un repère de l'espace ?
Ce repère est-il orthonormal ?

a) (D,A,C,H) b) (D,A,B,H)
c) (D,B,F,H) d) (D,C,H,E)
e) (A,B,C,G) f) (A,B,C,F)
g) (A,B,C,H) h) (A,B,C,E)



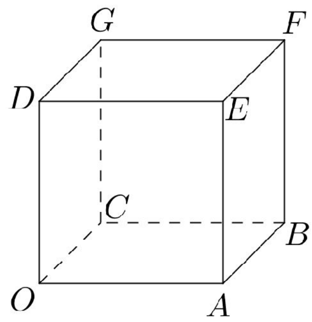
Exercice n°2

Considérons le cube ci-contre , d'arête égale à 1

On considère le repère $\left(O;\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OD}\right)$

1) Donner les coordonnées des sommets du cube.
2) Quelles sont les coordonnées du milieu de [AE]
3) Quelles sont les coordonnées du centre I du carré DEFG ?
4) Quels sont les points de coordonnées respectives

$\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$; $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$; $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

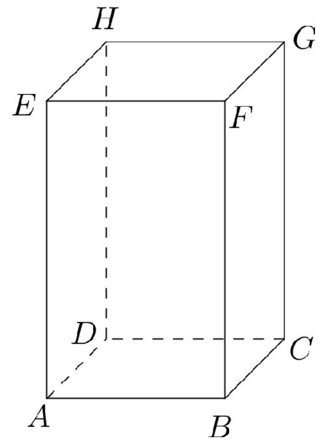


Exercice n°3

ABCDEFGH est un pavé droit.
AB = AD = 1. AE = 2
I est le milieu de [DH]
Calculez les coordonnées de chacun des huit sommets dans chacun des repères suivants :

1) $\left(D;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH}\right)$

2) $\left(D;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DI}\right)$



Exercice n°4

On considère un repère orthonormal $\left(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{OK}\right)$

1) A est le point de coordonnées (1 ;1 ;0).
a) Quelle est la nature du quadrilatère OIAJ ?
b) Calculez OA
2) B est le point de coordonnées (0 ;1 ;1).
c) Quelle est la nature du quadrilatère OJBK ?
d) Calculez OB

Exercice n°5

Les points A et B ont pour coordonnées respectives (3;5;-2) et (4;-3;1).

1) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$
2) Calculer les coordonnées du point I, milieu de [AB].

Exercice n°6

Soient A(-1 ;-2 ;-3) , B(1 ;1;1) et C(3 ;4 ;5). Montrer que les points A,B et C sont alignés.

Exercice n°7

Placez dans un repère orthonormé les points suivants : A(1, 1, 0), B(0, 1, 2), C(2, 2, 3),
D(-1, -2, -4).

Exercice n°8

On donne les points A(4, 3, 5), B(-3, 2, 1), C(2, -3, 0) et D(0, 0, -3). Trouvez les coordonnées de leurs projections orthogonales

a) sur le plan Oxy
b) sur le plan Oxz
c) sur le plan Oyz
d) sur l'axe des abscisses
e) sur l'axe des ordonnées
f) sur l'axe des cotes

Exercice n°9

Soient A(2 ;1 ;5), $B\left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$ et C(0 ;-5 ;3). Déterminer les coordonnées du point pour que soit un Parallélogramme.

Exercice n°10

Soient $A\left(1;3;\frac{1}{2}\right)$. B(-1 ;4 ;1), C(2 ;3 ;0) et D(1 ;4 ;0). Montrer que les points A,B,C et D sont coplanaires.

Exercice n°11

Le plan P a pour équation : $x+3y-z+7=0$

1) Donner un vecteur normal à P
2) a) Donner les coordonnées d'un point M de P.
   b) Le point L(1;-1;2) appartient-il au plan P?
   c) Déterminer le réel z pour que le point N(2;5;z) appartienne au plan P.

Exercice n°12

Le plan Pa pour équation : $2x+y+z=6$

1) Donner un vecteur normal à P
2) a) Déterminer les coordonnées du point A, intersection du plan P avec l'axe des abscisses (Ox).

b) Déterminer les coordonnées des points B et C, intersections respectives du plan P avec les axes (Oy) et (Oz).

3) Dans un repère de l'espace, placer les points A,B et C. Tracer les droites (AB),(AC) et (BC), traces du plan P sur les plans de coordonnées

Exercice n°13

Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points A(-3;4;6) B(2;3;1) C(1;3;3)et D(6;2;-2)

1) Calculez les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$, et ; $\overrightarrow{CD}$
2) a) Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont ils colinéaires ?
   b) Justifiez que les droites (AB) et (CD) sont parallèles
3) On considère l'équation (E) : $2x+5y+z=20$ et le point F(1;1;1)

a) Vérifiez que les coordonnées des points A,B,C et D vérifient cette équation.
b) Déterminez les coordonnées de S tels que A,B et S soient alignés et $x_S=7$
c) Déterminez les coordonnées du point P vérifiant l'équation (E) et tel que O,F et P soient alignés.

Exercice n°14

Dans un repère orthornormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points A(2,4,-7) et B (-2,1,-1).

Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Exercice n°15

1) Les vecteurs $\vec{u}(3;6;12)$ et $\vec{v}(2;4;8)$ sont ils colinéaires ?
2) Quelles sont les coordonnées du vecteur $\vec{u}+\vec{v}$

3) Quelles sont les coordonnées du vecteur $2\vec{u}-5\vec{v}$?

Exercice n°16

Soient A(-2 ;1;10) ;B(-3 ;1;-2) et C le point tel que $\overrightarrow{OC}=5\vec{i}+4\vec{j}-\vec{k}$. Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{u}=4\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}$

Exercice n°17

Dans le cube ci-dessous, on considère le repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ tel que

$\overrightarrow{OA}=10\vec{i}$; $\overrightarrow{OB}=10\vec{j}$; $\overrightarrow{OC}=10\vec{k}$

Déterminer les coordonnées des points E,F,G,H,L et K définis vectoriellement par

$\overrightarrow{OE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{5}\overrightarrow{OB}-\frac{3}{10}\overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{OK}=\frac{6}{5}\overrightarrow{OG}+\frac{1}{5}\overrightarrow{OE}$ et $\overrightarrow{AL}=\frac{2}{5}\overrightarrow{DB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OF}$

Exercice n°18

Dans le repère , on considère les points : A(3;0;0) B(0;5;0) et C(0;0;4). Calculez les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC

Exercice n°19

Dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points A(2;1;3) B(4;-1;5) et C(4;2;-7)

1) Montrez que les points A,B et C ne sont pas alignés.
2) Calculez les coordonnées des points :

a) D tel que $2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$
b) E est le milieu de [BC]
c) F est le centre de gravité triangle ABC.
d) G vérifie $3\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{GC}$

Exercice n°20

Déterminer un vecteur normal $\vec{n}$ pour chacun des plans suivants :

$P_1:-x+y+2z-1=0$

$P_2:3x-y=0$

$P_3:2y-1=0$

$P_4:2x-z+3=0$

Exercice n°21

Déterminer une équation du plan P passant par le point A et de vecteur normal $\vec{n}$

1) A(2;-3;5) et $\vec{n}(3;2;1)$

2) A(4;-2;1) et $\vec{n}(5;2;2)$

3) A(1;1;0) et $\vec{n}(0;2;1)$

Exercice n°22

On considère le plan P d'équation : $2x-3y+6z-18=0$

1) Donner un vecteur normal $\vec{n}$ au plan P
2) Déterminer une équation du plan P' parallèle au plan P passant par le point B(6;-4;-4).

Exercice n°23

On considère les plans Pet P' de l'exercice précédent.
Déterminer le point A du plan P tel que $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{n}$ soient colinéaires
En déduire la distance entre les plans parallèles Pet P'.

Exercice n°24
Dans chacun des cas suivants, préciser si les plans Pet P' sont parallèles :

1) $(P): 2x + y - z = 5$ et $(P'): -x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}z = 7$
2) $(P): x + 3y - 5z = 4$ et $(P'): -3x - 9y + 15z = -6$
3) $(P): x + 3y - 2z = 8$ et $(P'): -4x - 12y + 8z = -32$

Exercice n°25
Donner une représentation paramétrique de la droite (d) passant par le point A et admettant le vecteur $\vec{u}$ pour vecteur directeur dans chaque cas ci-dessous :

1) $A(3;0;-2)$; $\vec{u}(-1;-2;1)$
2) $A(2;-1;1)$; $\vec{u}(2;0;-4)$

Exercice n° 26
Les points A(3 ; 1 ; 2), B(2 ; 3 ; 2), C(4 ; 2 ; 0) et D(3 ; 0 4) sont-ils coplanaires ?

Exercice n°27
On considère les points A(2;1;1) ,B(3;0;2) et C(0;2;1).
On cherche à déterminer une équation du plan (ABC) de la forme $ax + by + cz = d$, par deux méthodes différentes.
a) Donner les coordonnées des vecteurs et $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. Vérifiez que les points A,B et C définissent un plan ABC).
b) Déterminer un vecteur normal au plan (ABC). (on pourra écrire que $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0$ et $\overrightarrow{AC} \cdot \vec{n} = 0$, et choisir a=1)
c) En déduire une équation du plan (ABC)
2) En écrivant que chacun des points A,B et C appartient au plan (ABC), déterminer une équation de ce plan (On sera amené à choisir une valeur pour l'un des nombres a, b, cou d.)

Exercice n°28
Soient les deux plans P et P' d'équations respectives dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

Pour P : $(\cos t)x + (\sin t)y - z = 0$

Pour P': $(\cos t)x + (\sin t)y + z = 0$

où t représente un paramètre réel.
1) P et P' sont-ils perpendiculaires? Justifier.
2) Pour quelles valeurs de t l'axe Ox est-il parallèle à P ?
3) Donner un vecteur directeur de la droite intersection des deux plans.
4) Calculer la distance de $A(\cos t, \sin t, -3)$ au plan P.

Exercice n°29
On donne les $A(-1;6;7)$; $B(2;5;8)$; $C(-3;4;0)$.
a) Déterminer un système d'équations paramétriques du plan p qui passe par ces trois points.
b) Déterminer l'équation cartésienne du plan p .
c) Déterminer l'intersection de ce plan p avec la droite d d'équations paramétriques $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Exercice n°30

On considère :

La droite d_1 d'équation cartésienne $x-3=\dfrac{y-7}{-2}=\dfrac{z+9}{5}$

La droite d_2 d'équation paramétrique $\begin{cases} x=7+3s \\ y=10+5s \quad\quad s\in\mathbb{R} \\ z=-10-6s \end{cases}$

a) Prouver que ces deux droites sont coplanaires.

b) Déterminer un système d'équations paramétriques du plan commun.

Exercice n°31

On considère

La droite d_1 qui passe par les points $A_1(0;-2;3)$, $B_1(5;-1;2)$,

La droite d_2 qui passe par les points $A_2(2;3;1)$, $B_2(-1;6;0)$.

a) Décrivez d_1 par un système d'équations de la forme $\dfrac{x-x_1}{a}=\dfrac{y-y_1}{b}=\dfrac{z-z_1}{c}$

b) Déterminez un système d'équations cartésiennes de la droite d qui vérifie les trois conditions suivantes:

d passe par $P(3;0;4)$,

d et d_1 sont coplanaires,

d et d_2 sont coplanaires.

Exercice n°32

On considère

le plan p_1 d'équation cartésienne $7y-z-4=0$,

le plan p_2 d'équations $\begin{cases} x=-1+2r \\ y=r \quad\quad r,s\in\mathbb{R} \\ z=s \end{cases}$

a) Exprimez la droite d'intersection d_1 des deux plans sous forme paramétrique.

b) Déterminez la forme paramétrique de la droite d_2 qui passe par l'origine et est parallèle à p_1 et p_2

Exercice n°33

On considère une famille de deux droites dépendant d'un paramètre m :

d_1 Passe par $A_1(2,1,1)$ et est dirigée par $(1;m;m-1)$

d_2 passe par $A_2(-1;1;1)$ et est dirigée par $(2-m;-3;-2)$.

Pour quelle(s) valeur(s)de m les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles?

Exercice n°34

Démontrer que l'ensemble des points M de l'espace dont les coordonnées vérifient $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4=0$ est une sphère dont on donnera les éléments caractéristiques.

Le point $H\left(1+\sqrt{2};0;\sqrt{3}\right)$ est-il sur cette sphère ?

Exercice n°35

On donne E(5 ; 2 ; 3) et F (1 ; 2 ; 1).

Déterminer les coordonnées du point G intersection de la droite (EF) avec le plan (yOz).

Exercice n°36

On considère l'espace muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ et la droite (d) admettant la représentation paramétrique : $\begin{cases} x=-1+t \\ y=1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$

1. a. Montrer que le point $A\left(\frac{1}{2};4;-\frac{5}{2}\right)$ appartient à la droite (d).

b. Montrer que le point $B\left(-\frac{9}{4};\frac{3}{2};-\frac{23}{4}\right)$ n'appartient pas à la droite (d).

2. On considère la (d') admettant la représentation paramétrique : $\begin{cases} x=1+\frac{3}{2}t \\ y=3-3t \\ z=-4-\frac{9}{2}t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$

a. Montrer que le point A appartient à la droite (d').

b. Quelle est la position relative des droites (d) et (d') ?

Exercice n°37

On considère l'espace muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ et les deux droites (d) et (d') admettant pour représentations paramétriques :

$((d):\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1-2t \\ z=2+6t \end{cases} \qquad (d'):\begin{cases} x=-1-t \\ y=-1+t \\ z=-3t \end{cases}$

1. Montrer que les droites (d) et (d') sont parallèles.
2. Les droites (d) et (d') sont-elles parallèles et confondues ?

Exercice n°38

On considère l'espace muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ et les deux droites (d) et (d') admettant pour représentations paramétriques :

$((d):\begin{cases} x=1+t \\ y=1+3t \quad t\in\mathbb{R} \\ z=-t \end{cases} \qquad (d'):\begin{cases} x=2+t \\ y=-6-2t \quad t\in\mathbb{R} \\ z=3+t \end{cases}$

Exercice n°39

Montrer que les droites (d) et (d') sont sécantes et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

On considère l'espace muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ et les deux droites (d) et (d') admettant pour représentations paramétriques :

$$(d):\begin{cases} x=-t \\ y=-1-t \quad t\in\mathbb{R} \\ z=5+3t \end{cases} \qquad (d'):\begin{cases} x=4+t \\ y=3+t \quad t\in\mathbb{R} \\ z=-1 \end{cases}$$

Montrer que les (d) et (d') sont coplanaires et sécantes. On précisera les coordonnées du point d'intersection.

Exercice n°40

On considère l'espace muni d'un repère $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ et les deux droites (d) et (d') admettant pour représentations paramétriques :

$$(d):\begin{cases} x=1-t \\ y=1+t \quad t\in\mathbb{R} \\ z=2+t \end{cases} \qquad (d'):\begin{cases} x=-2-t \\ y=-1-t \quad t\in\mathbb{R} \\ z=-1+t \end{cases}$$

Justifier que ces deux droites sont non-coplanaires.

Exercice n°41

Dans l'espace muni d'un repère $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les trois points :

$A(2;0;-1)$; $B(1;0;3)$; $C(2;1;1)$

1. Justifier que les points A, B et C définissent un plan.
2. En choisissant $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ comme couple de vecteurs directeurs, montrer que le plan (ABC) admet pour représentation paramétrique le système suivant : $\begin{cases} x=-t'+2 \\ y=t' \\ z=4t+2t'-1 \end{cases}$ où $t\in\mathbb{R}, t'\in\mathbb{R}$
3. Justifier que le point $D(1,-2,-1)$ appartient au plan

Exercice n°42

Dans l'espace muni d'un repère $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les trois points :

$A(3;-1;2)$; $B(3;1;1)$; $C(2;-1;1)$

1. Justifier que les points A, B et C définissent un plan.
2. Déterminer une équation paramétrique du plan (ABC)

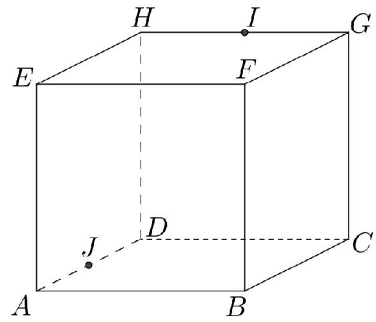
Exercice n°43

Dans l'espace muni d'un repère $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les trois points :

$A(2;0;-1)$; $B(1;2;2)$; $C(-1;1;2)$

1. a. Les points A, B, C déterminent-ils un plan ? Justifier votre réponse.
   b. Déterminer une représentation paramétrique du plan (ABC)
2. a. On considère le point $D(0;3;1)$. Le point D appartient-il au plan (ABC) ? Justifier votre réponse.
   b. On considère le point $E(7;0;4)$. Le point E appartient-il au plan (ABC) ? Justifier votre réponse.

Exercice n°44



Dans l'espace, on considère le cube ABCDEF GH de côté 1 représenté ci-contre où les points I et J sont respectivement les milieux des segments [GH] et [AD].

1. En utilisant les propriétés du cube et du carrés, déterminer la valeur des produits scalaires :

a. $\overrightarrow{EH}\cdot\overrightarrow{DH}$; b. $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BC}$; c. $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{HG}$

2. En utilisant également la relation de Chasles, déterminer la valeur des produit scalaires suivants :

a. $\overrightarrow{IE}\cdot\overrightarrow{GF}$; b. $\overrightarrow{JF}\cdot\overrightarrow{AB}$; c. $\overrightarrow{IJ}\cdot\overrightarrow{EF}$

Exercice n°45

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ orthonormé, on considère quatre points repérés par leurs coordonnées :

$A(3;-1;5)$; $B(-2;2;3)$; $C(-1;-2;4)$; $D(5;8;4)$

1. Les points A, B, C sont-ils alignés ?
2. Montrer que le triangle ABC est isocèle en C.

Exercice n°46

On considère l'espace muni d'un repère orthonormé
(O ; I ; J ; K). On considère les trois points A, B, C définis par leurs coordonnées :
A(180 ; 153 ; 96); B(180 ; 135 ; 120); C(190 ; 133 ; 106)

1. Montrer que les points A, B, C appartiennent à une même sphère de centre O.
2. Etablir que le triangle ABC est rectangle C.

Exercice n°47

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ orthonormé, on considère le deux droites (d) et (d') définies par leur représentation paramétrique

$$(d)\begin{cases}x=-3+2t\\ y=-4+3t \quad t\in\mathbb{R}\\ z=3-t\end{cases} \qquad (d')\begin{cases}x=1+2t\\ y=-3-2t \quad t\in\mathbb{R}\\ z=-2t\end{cases}$$

1. Montrer que les droites (d) et (d') sont orthogonales entre elles.
2. Les droites (d) et (d') sont-elles sécantes ? Si oui, précisez

Exercice n°48

On admet que si (d) et (d') sont deux droites non coplanaires, il existe une unique droite (Δ) perpendiculaire à (d) et (d).

L'espace est rapporté au repère orthonormal $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

On note (d) la droite des abscisses et (d') la droite admettant la représentation paramétrique :

$$\begin{cases}x=-t\\ y=3+3t\\ z=1-t\end{cases}$$

On considère la droite (Δ) perpendiculaire commune à (d) et (d'). Prouver qu'il existe deux réels b et c tels que le vecteur : $\vec{w}=b\vec{j}+c\vec{k}$ soit un vecteur directeur de (Δ).

Exercice n°49

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ orthonormé, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :

A(0 ; 1 ; 1); B(1 ; 1 ; 8); C(1 ; 0 ; 0)

Montrer que le vecteur $\vec{u}\left(3;-3;1\right)$ est un vecteur normal au plan $\left(ABC\right)$.

Exercice n°50

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ orthonormé, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :

A(1 ; 0 ; 0); B(1 ; 1 ; 1); C(7 ; 2 ; -1)

Montrer que le vecteur $\vec{u}\left(1;2;-2\right)$ est un vecteur normal au plan $\left(ABC\right)$.

Exercice n°51

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ orthonormé, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :

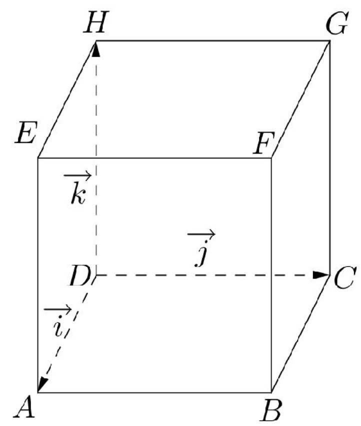
A(2 ; -1 ; -1); B(-1 ; 3 ; 1); C(1 ; 1 ; -1)

1. Montrer que les points A, B et C définissent un plan.
2. Déterminer un vecteur $\vec{u}$ non-nul à coordonnées entières et orthogonal au plan (ABC).

Exercice n°52

On considère le cube ABCDEF GH représenté ci-contre :

On munit l'espace du repère $\left(D;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DH}\right)$



1. Nommer les plans admettant les équations cartésiennes suivantes :
   a) $z=0$
   b) $y=1$
   c) $x+y=1$
   d) $x+y+z=2$
   e) $x+y+z=1$
   f) $x-y=0$
2. Déterminer l'équation cartésienne de chacun des plans suivants :
   a) $\left(EHD\right)$
   b) $\left(FGH\right)$
   c) $\left(HDC\right)$
3. a) Justifier que le vecteur $\overrightarrow{BG}$ est orthogonal au plan (EFC)
   a) En déduire une équation du plan (EF C).

Exercice n°53

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé *Oxyz*, on considère les éléments suivants :

- le plan : $\alpha: 12x-9y+2z+226=0$
- le point : $P(-11;a;-2)$
- et la droite : $\left(d\right):\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=bt \end{cases}$

On vous demande

1. de déterminer *a* afin que le point *P* appartienne au plan α ,
2. de déterminer *b* afin que la droite *d* soit parallèle au plan α ,
3. de déterminer les équations paramétriques de la droite *p* passant par le point *P* et perpendiculaire au plan α .

Exercice n°54
Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé *Oxyz*, on considère les deux droites
$(p):\begin{cases}x=0\\y=2\end{cases}$ $\quad$ $(q):\begin{cases}y-x=2\\z=1\end{cases}$
Ces deux droites se coupent avec un angle droit en un point *A*.
On vous demande de donner les équations paramétriques de toutes les droites qui s'appuient sur *p* et *q* en formant un triangle isocèle et dont la distance à *A* soit égale à $2\sqrt{2}$

Exercice n°55
Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé, on donne les plans α et β ainsi que la droite *d*, d'équations respectives :
$\alpha: 5x+5y-3z=2$; $\beta: 2x-y+z=6$; $(d):\begin{cases}x=z+2\\y=-z+1\end{cases}$
On demande de trouver tous les plans π contenant *(d)* tels que π ∩ α et π ∩ β soient deux droites orthogonales.

Exercice n°56
Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé *Oxyz*, on considère les éléments suivants :
- le plan $\alpha: 7x+y-7z=0$,
- la première droite $d: 2x+2=-y-3=-2z+4$;
- la seconde droite : $p: x+1=-2y-6=2z-4$;

On vous demande de déterminer le(s) point(s) *D* appartenant à la droite *d* et le(s) point(s) *P* appartenant à la droite *p* afin que le segment de droite de *DP* soit de longueur 3√2 et soit parallèle au plan α .

Exercice n°57
Donner l'équation du plan α tel que
- α contient le point $A(1;3;-2)$
- α est parallèle à la droite (d) d'équation $(d): \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{3}$
- α est perpendiculaire au plan (β) d'équation : $\beta: 2x-3y+2z=1$

Exercice n°58
Soient les points *A* (1,-1,0), *B* (0,1,-1) et *D* (α,0,1)
a. Pour quelle valeur de α le plan π passant par ces trois points est perpendiculaire au plan d'équation $y=0$?
b. Soit une sphère *S* de centre *C* (1,2,-1) et de rayon 2. Déterminer l'intersection de π avec *S*.
c. Déterminer l'aire du triangle *ABC*.

Exercice n°59
Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $Oxyz$, on donne le plan (P) d'équation $2x+y=2$ ainsi que les points *A* et *C* de coordonnées (3, 0, 0) et (0, 0, 2).
On demande :
a. Une équation cartésienne du plan π parallèle à *OY* et contenant *AC*.
b. Le volume du solide contenu entre les plans de coordonnés et les plans (P) et π.

c. Des équations cartésiennes de la droite *d*, intersection des plans (P) et π.
d. Des équations cartésiennes de la droite *p*, issue de l'origine et perpendiculaire à π
e. Les coordonnées du point *F*, intersection de *p* et π.
f. Des équations cartésiennes de la droite *g*, issue de l'origine et perpendiculaire à *d*.
g. La distance qui sépare *F* de l'intersection de *g* et *d*.
h. La mesure de l'angle formé par les droites *p* et *g*.

Exercice n°60

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $Oxyz$, on considère les deux droites :

$d_1 : \begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ $d_2 : \begin{cases} \alpha x + \beta y + \gamma z = 0 \\ z = c \end{cases}$ $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$ sont des constantes

1) Déterminer la relation qui doit lier ces constantes pour que les deux droites aient une intersection non vide.
2) Si $a = b = 2$ et $\alpha = \beta = \gamma = 1$ quelle doit être alors la valeur de *c* pour que cette intersection existe ?
3) Dessiner les données du problème dans le cas 2)

Exercice n°61

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé d'origine *O* et d'axes Ox, Oy et Oz, on donne le point *P* (1, 2, –3), le plan β d'équation $2x - y - 2z = 0$ et la droite *d* parallèle au vecteur (2, –1, –2) et qui passe par le point *A* (4, –1, –3)

a. Formez une équation cartésienne du plan α passant par *P* et contenant *d*.
b. Formez une équation cartésienne du plan γ passant par *P* et parallèle au plan β
c. Formez des équations cartésiennes de la droite *c*, intersection des plans α et β.
d. Déterminez l'angle des droites *d* et *c*.
e. Déterminez les coordonnées du point *Q*, intersection de *c* et *d* ainsi que la distance de *P* à *Q*.

Exercice n°62

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère les droites

$(p) : \begin{cases} x = 0 \\ z = 1 \end{cases}$ $(q) : \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$

On vous demande :

a. De dessiner les deux droites de l'énoncé du problème.
b. De déterminer analytiquement des équations cartésiennes et paramétriques de la droite *d* qui coupe les deux droites *p* et *q* sachant que le vecteur directeur de *d* est (1 ; 2 ; 3)

Exercice n°63

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ et d'axes Ox, Oy et Oz. On donne les points fixes *M* (0, *b* , *c*), *N* (*a* , 0 , *c*) et *P* (*a* , *b* , 0) où *a*, *b* et *c* sont non nuls.

a. Montrez que la longueur de chaque arête du tétraèdre de sommets *O, M, N* et *P* est égale à celle de l'arête opposée. Qu'en déduisez-vous au sujet des faces du tétraèdre ?
b. Formez des équations cartésiennes des plans *ONP* et *MNP*. A quelle condition ces plans sont-ils perpendiculaires ?
c. Formez des équations cartésiennes des droites *OM* et *PN*. A quelle condition ces droites sont-elles orthogonales ?
d. Soient α, β, γ les plans contenant respectivement les droites *OM*, *ON*, *OP* et perpendiculaires respectivement aux plans *ONP*, *OMP* et *OMN*. Montrez que ces plans passent par une même droite.

e. Calculez le volume du tétraèdre *OMNP*

Exercice n°64

Dans l'espace tridimensionnel rapporté à un repère orthonormé $Oxyz$, on considère les trois plans :

$P_1 : x+y+z=1$; $P_2 : 4x+by+cz=2$; $P_3 : \alpha x+\beta y+\gamma z=4$

Sachant que :

- ces trois plans ont une droite commune dans le plan de coordonnées Oyz.
- P_2 est perpendiculaire P_3.

- Déterminer les valeurs des 5 coefficients α, β, γ, *b*, *c*
- Esquisser le dessin des 3 plans.

Exercice n°65

Dans l'espace tridimensionnel rapporté à un repère orthonormé $Oxyz$, on considère les trois plans :

$\pi_1 : ax+y+2z+3=0$; $\pi_2 : x+by-z+2=0$; $\pi_3 : 2x-y+cz+d=0$

De l'origine *O* , on abaisse les perpendiculaires respectives p_1, p_2, p_3 aux 3 plans.

Déterminer les valeurs de *a* , *b* ,*c* , *d* telles que les trois perpendiculaires forment un trièdre orthogonal.

Exercice n°66

Dans l'espace tridimensionnel rapporté à un repère orthonormé $Oxyz$, on appelle les éléments suivants :

- un cube dont le centre de gravité coïncide avec l'origine *O*, dont les faces sont perpendiculaires aux vecteurs de base et dont la longueur des arêtes vaut 2
- un plan défini par l'équation $x+y+z=a$

On vous demande

1. De dessiner, avec le plus de soin possible, les différents éléments du problème,
2. De trouver les valeurs de a telles que le plan divise le cube en deux solides distincts dont le volumes forment un rapport de 1/5

Exercice n°67

On se place dans des axes orthonormés et on considère la famille de plans d'équation

$\pi_m : m^2x+\left(-m^2+2m+1\right)y-\left(2m+1\right)z-1=0$

où m est un paramètre réel.

- Démontrer que ces plans sont tous parallèles à une même droite *d* contenant l'origine et donner une équation cartésienne de *d*.
- Calculer les coordonnées de la projection orthogonale de l'origine sur les plans π_m

Exercice n°68

Pour tous réels *a, b, c* non simultanément nuls, on considère le plan $\pi_{abc} : ax+by+cz=1$

- 1. Déterminer les conditions sur *a, b c* pour que la distance de π_{abc} à l'origine soit égale à 1
- 2. Déterminer les conditions sur *a, b, c* pour que π_{abc} soit parallèle à la droite

$$(d):\begin{cases} x=y \\ y=z \end{cases}$$

- 3. Déterminer le lieu géométrique de l'intersection de π_{abc} et de la droite perpendiculaire à π_{abc} passant par l'origine, quand les paramètres *a, b, c* satisfont les conditions 1) et 2)

Exercice n°69

Soit un tétraèdre *ABCD* dont les coordonnées des sommets sont *A* (0, 4, 2), *B* (3, 1, 5), *C* (-1, 3/2, -6) et *D* (6, -2, 1).

On demande

a. l'équation cartésienne du plan contenant la base *ABC*
b. de donner les équations paramétriques de la hauteur issue de *D* et perpendiculaire au plan *ABC* et de calculer les coordonnées du point de percée dans ce même plan.
c. de calculer les coordonnées du point *H*, projection de *C* sur *AB* dans le triangle *ABC*

Exercice n°70

L'espace est muni d'un repère orthonormé d'origine *O* et d'axes *X, Y* et *Z*. On donne les points fixes *M, N, P* et *U*, de coordonnées respectives (α, 0, 0), (0, β, 0), (0, 0, γ) et (α, β, γ) (α, β et γ non nuls). On nomme a la droite passant par les points *O* et *U* et *b* celle qui passe par *N* et *P*.
On demande :

a. De déterminer une équation cartésienne de plan parallèle à *b* contenant *a*.
b. De déterminer une équation cartésienne du plan parallèle à *a* contenant *b*.
c. De montrer que la droite *c* qui joint *M* au milieu de *NP* possède un point commun avec la droite *a* et de déterminer les coordonnées de ce point.
d. De déterminer les conditions sur α, β et γ pour que *c* soit perpendiculaire aux droites *a* et *b*.
e. De déterminer, dans les conditions trouvées au d), l'angle des droites *a* et *b* ainsi que la distance qui les sépare.

Exercice n°71

Dans le trièdre trirectangle *OXYZ*, on donne les points *A, B* et *C* de coordonnées respectives (5, 0, 0), (0, 4, 0) et (0, 0, 3).
On demande :

a. Une équation cartésienne du plan *ABC*
b. Les coordonnées du point *A*, symétrique de l'origine *O* par rapport au plan *ABC*.
c. Des équations cartésiennes de la droite *OQ*.
d. Des équations cartésiennes de la perpendiculaire commune à *AO* et *QB*.
e. La mesure de l'angle formé par les droites *AO* et *QB*.
f. La distance entre *AO* et *QB*
g. Le volume du polyèdre (hexaèdre) des sommets *OABCQ*.

Exercice n°72

On donne des équations cartésiennes de trois droites d_1, d_2 et d_3 de l'espace :

$$d_1 : \frac{x-1}{2} = -y = \frac{z+1}{2} \quad ; \qquad d_2 : \frac{x}{3} = y+1 = \frac{z-2}{5} \quad ; \qquad d_3 : \begin{cases} x = 1 \\ y + z = 2 \end{cases}$$

a. Donner une équation du plan α contenant d_1 et parallèle à d_3
b. Donner une équation du plan β contenant d_2 et parallèle à d_3.
c. Donner une équation de la droite *d* s'appuyant sur d_1 et d_2 et parallèle à d_3.

Exercice n°73

Dans l'espace euclidien muni d'un repère orthonormé d'origine *O* et d'axes *X, Y* et *Z*, on donne les points *M* (1, 2, 0), *N* (1, -2, 0), *P* (-3, 0, 0) et *Q* (0, 0, 5).
On demande

1. Une équation cartésienne des plans *MNP* et *MPQ*.
2. Des équations cartésiennes des droites *NP* et *MQ*, ainsi que la mesure de l'angle entre ces droites.
3. Des équations de la perpendiculaire *p*, menée par *N* au plan *MPQ*.
4. Les coordonnées du point d'intersection *R*, de *p* avec le plan *MPQ*.
5. Le volume du tétraèdre *MNPQ*.

Exercice n°74

L'espace est muni d'un repère orthonormé d'origine *O* et d'axes *X, Y* et *Z* . On donne les points fixes *M, N* , et *U* , de coordonnées respectives (0, *b* , *c*), (*a* ', 0, *c* '), (1, 1, 0) (*b* , *c* , *a* ' et *c* ' sont non nuls).
On demande :

a. De déterminer des équations de la droite *m* parallèle à *OX* et contenant *M*.
b. De déterminer des équations de la droite *n* parallèle à *OY* et contenant *N*
c. De déterminer des équations de la droite *p* passant par *O* et *U*
d. De déterminer une équation cartésienne des plans passant par un point *P* , mobile sur la droite *p* , et contenant la droite *m*
e. De déterminer, une équation cartésienne des plans passant par le point *P* , considéré ci-dessus et contenant la droite *n*
f. De montrer qu'il existe un plan passant par l'origine et qui est parallèle aux plans déterminés en d) et e), pour toutes les positions de ceux-ci.

Exercice n°75

a) Quelles sont les coordonnées du pied *Q* de la perpendiculaire abaissée du point $P(\alpha:\alpha+1;\alpha-1)$ sur le plan *p* d'équation $2x+\alpha y+\alpha z+\alpha^3+4=0$

b) Montrer que ces pieds, lorsque α parcourt ℝ, sont tous situés sur une même droite *d*, dont on déterminera des équations

Exercice n°76

Trouvez le centre C et le rayon r d'une sphère passant par le point P(4, -1, -1) et tangente aux trois plans de coordonnées

Exercice n°77

Le centre de gravité d'une tige homogène se trouve au point C(1, -1, 5) et l'une de ses extrémités au point A(-2, -1, 7). Déterminez les coordonnées de la seconde extrémité.

Exercice n°78

On donne deux sommets A(2, -3, -5) et B(-1, 3, 2) d'un parallélogramme ABCD et l'intersection E(4, -1, 7) de ses diagonales. Déterminez les deux autres sommets.

Exercice n°79

Déterminez les courbes données par les systèmes d'équations suivants :

a) $x=0$ et $y=0$
d) $x+2=0$ et $y-3=0$
c) $x=0$ et $z=0$
f) $y+2=0$ et $z-5=0$
e) $y=0$ et $z=0$
b) $x-2=0$ et $y=0$

Exercice n°80

Démontrez que le triangle de sommets A(3, -1,), B(0, -4, 2) et C(-3, 2, 1) est isocèle.

Exercice n°81

Trouvez sur l'axe des abscisses un point distant de 12 du point A(-3, 4, 8).

Exercice n°82

Soit le triangle de sommets A(2, -1, 4), B(3, 2, -6), C(-5, 0, 2). Calculez la longueur de la médiane menée du sommet A.

Exercice n°83

Trouvez le vecteur unitaire du vecteur $\vec{a}(6;-2;-3)$

Exercice n°84

Déterminez les courbes données par les équations suivantes :

1) $x^2+y^2+z^2=9$ et $z=0$
2) $x^2+y^2+z^2=49$ et $y=0$
3) $x^2+y^2+z^2=25$ et $x=0$
4) $x^2+y^2+z^2=20$ et $z-2=0$

Exercice n°85

Quelles sont les figures géométriques définies par les équations suivantes

1) $x^2+z^2=25$
2) $y^2+z^2=0$

Exercice n°86

Trouvez les équations paramétriques d'une droite (d) passant par A(2, 3, 5) et

a) de vecteur directeur $\vec{u}(1;5;7)$

b) passant par le point B(1, 5, 7).

Exercice n°87

Montrer que les systèmes d'équations suivants déterminent la même droite

a) $\begin{cases} x=3+2t \\ y=5-2t \\ z=1+t \end{cases}$

b) $\begin{cases} x=5+2t \\ y=3-2t \\ z=2+t \end{cases}$

c) $\begin{cases} x=-1+t \\ y=9-t \\ z=-1+\dfrac{t}{2} \end{cases}$

Exercice n°88

On donne deux droites. Indiquez si ces droites sont sécantes, strictement parallèles, confondues

a) $\begin{cases} x=1+3s \\ y=-2-5s \\ z=5+s \end{cases}$ et $\begin{cases} x=-2-9t \\ y=3+10t \\ z=4-2t \end{cases}$

b) $\begin{cases} x=2-5t \\ y=3+2t \\ z=5-4t \end{cases}$ et $\begin{cases} x=2-5t \\ y=3-2t \\ z=5-4t \end{cases}$

c) $\begin{cases} x=4+2t \\ y=5-6t \\ z=3+3t \end{cases}$ et $\begin{cases} x=6+4t \\ y=-1-12t \\ z=5-5t \end{cases}$

d) $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2t \\ z=2-4t \end{cases}$ et $\begin{cases} x=-5+3t \\ y=6-3t \\ z=6t \end{cases}$

Exercice n°89

On donne deux droites. Dites si ces droites sont sécantes, strictement parallèles, confondues

a) $\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-1}{6}$ et $\begin{cases} x=2+5u \\ y=3+4u \\ z=1+5u \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x+y=5 \end{cases}$ et $\begin{cases} x+3y+z=9 \\ x-y-z=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+2y-5=0 \\ 3y+z-4=0 \end{cases}$ et $\begin{cases} x+2y-3=0 \\ 3y+z-1=0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+4t \\ z=1-t \end{cases}$ et $\begin{cases} x=-2+2s \\ y=3-s \\ z=5+3s \end{cases}$

Exercice n°90

Montrez que les droites (g) et (h) ci-dessous sont concourantes en un point P et déterminez les équations paramétriques de leurs deux bissectrices :

$$(g):\begin{cases} x=2+t \\ y=3+3t \\ z=-1+2t \end{cases} ;\ (h):\begin{cases} x=2+2s \\ y=3-s \\ z=-1-3s \end{cases}$$

Exercice n°91

Dites si, parmi les angles intérieurs du triangle de sommets A(4, -1, 4), B(0, 7, -4), C(3, 1, -2), il en existe un qui soit obtus.

Exercice n°92

Trouvez le point Q symétrique du point P(2, -5, 7) par rapport à la droite qui passe par les points M(5, 4, 6) et N(-2, -17, -8).

Exercice n°93

Trouvez une équation cartésienne du plan

a) passant par $A(-1;-4;1)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$;

b) passant par $P(3;1;1)$ et perpendiculaire à la droite (BC) où $B(1;0;5)$ et $C(3;-3;8)$.

Exercice n°94

Trouvez les équations paramétriques d'une droite (d) passant par $A(2;3;5)$ et

a) perpendiculaire au plan d'équation $3x-2y+z=0$;

b) perpendiculaire à la droite d'équations $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$

Exercice n°95

On donne les équations de deux plans. Déterminez si ces plans sont sécants, strictement parallèles ou confondus.

a) $3x-2y+5z=4$ et $3x+2y+5z=4$
b) $3x-2y+5z=4$ et $6x-4y+10z=7$
c) $3x-2y+5z=4$ et $-15x+10y-25z=-20$

Exercice n°96

On considère les deux droites (g) et (h) suivantes :

$$(g):\begin{cases} x = 2s \\ y = 1 - s \\ z = 3s \end{cases} ;(h):\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Soit P un point de (g) et Q un point de (h); quelle condition les réels s et t doivent-ils vérifier pour que la droite (PQ) soit parallèle au plan $z = 0$?

Exercice n°97

On donne une droite (d) et un plan P. La droite d est-elle disjointe de P, incluse dans P ou coupe t-elle P ?

$$(d):\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases} ;\ P: 2x + y - z = 0$$

$$(d):\begin{cases} 5x - 3y + 2z - 5 = 0 \\ 2x - y - z - 1 = 0 \end{cases} ;$$

$P: 4x - 3y + 7z - 7 = 0$

$$(d):\begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ x + 3y - 2z = 0 \end{cases} ;\ P: 3x - 2y + 4z = 0$$

$$(d):\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + t \\ z = 1 - t \end{cases} ;\ P: 4x + y - 11z = 0$$

$$(d):\begin{cases} x = -4 - 5t \\ y = 8 + 6t \\ z = 3 - t \end{cases} ;\ P: 2x + 3y - z = 5$$

Exercice n°98

Trouvez les équations paramétriques d'une droite (d) passant par A(2, 3, 5) et parallèle à l'intersection des plans $3x-y+z=0$ et $x-y+z=0$.

Exercice n°99

Déterminez le point d'intersection des trois plans suivants :
$x+2y-3z=6$; $2x+4y-z=18$; $3x-2y+z=2$

Exercice n°100

Quel est l'angle entre les plans d'équations $x+2y-z=0$ et $2x-3y+4z=8$?

Exercice n°101

Déterminez l'angle que fait le plan d'équation $3x+2y-5z=0$ avec chacun des axes de coordonnées.

Exercice n°102

Déterminez l'angle que fait la droite d'équations $x-1=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ avec le plan d'équation $3x+2y-5z=0$

Exercice n°103

Quelles sont les équations cartésiennes des plans contenant la droite $2x=2y=z$ et qui forment
un angle de 45° avec le plan $x+y-z=0$?

Exercice n°104

On donne le plan $P:3x-2y+z=12$ et le point $A(15;-2;5)$. Déterminez la projection Orthogonale A' de A sur pet la distance de A à A'.

Exercice n°105

Calculez la distance du point P(3, 1, 0) à la droite (d) d'équations $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-1+2t \\ z=5+t \end{cases}$ et les coordonnées du pied F de la perpendiculaire abaissée de P sur (d).

Exercice n°106

Deux faces d'un cube coïncident avec les plans d'équations $2x-2y+z-1=0$ et $2x-2y+z+5=0$. Calculez son volume.

Exercice n°107

Trouvez sur l'axe Oz un point équidistant du point M(1, -2, 0) et du plan d'équation $3x-2y+6z-9=0$.

Exercice n°108

Trouvez sur l'axe Ox un point équidistant des deux plans $12x-16y+15z+1=0$, $2x+2y-z-1=0$.

Exercice n°109

Formez l'équation du lieu géométrique des points équidistants des plans parallèles suivants : $4x-y-2z-3=0$ et $4x-y-2z-5=0$.

Exercice n°110

Donnez une équation cartésienne, puis des équations paramétriques, pour chacun des plans suivants :

1) Le plan passe par les points O(0, 0, 0), A(-6, 4, 3) et B(2, 8, 4).
2) Le plan passe par M(2, 5, 6) et est parallèle au plan précédent.
3) Le plan passe par M(-1, -4, 1) et a pour vecteur normal $5\vec{i}-2\vec{j}+5\vec{k}$.
4) Le plan passe par M(3, 1, 1) et est perpendiculaire à la droite BC où B(1, 0, 5) et C(3, -3, 8).
5) Le plan passe par O et est perpendiculaire à chacun des plans suivants :
6) $3x-2y+5z=0$ et $x-y-z=0$.
7) Le plan passe par O et par A(1, 1, 1) et est perpendiculaire au plan $x-y+z=0$
8) Le plan est perpendiculaire au plan $2x-5y+z=0$ et contient la droite d'équations
9) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-5}=\dfrac{z-6}{4}$.
10) Le plan est parallèle à la droite d'équations $\begin{cases}2x-y+z-3=0\\x+2y-z-5=0\end{cases}$ et contient la droite

$$\begin{cases}x=1+3t\\y=3+2t\\z=-t-2\end{cases}$$

Exercice n°111

a) Vérifiez que les points A(-4, 0, 3), B(-2, 3, 0), C(0, 2, 1) et D(2, 1, 2) sont situés dans un même plan.

b) On donne les points suivants : A(1, 1, 3), B(3, 1, -1), C(2, 1, 2), D(4, 2, 2) et E(3, 2, 4). Sont-ils coplanaires ? Y en a-t-il quatre qui sont coplanaires ?