

EQUATIONS ET INEQUATIONS

EXERCICE 1

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

1. $\frac{3}{2}x - \frac{5}{3} = 0$

2. $2x + \sqrt{3} = 0$

3. $3x - 5 = \frac{1}{2}x$

4. $\frac{2}{3}x + 1 = x - 3$

5. $\sqrt{2}x + \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$

6. $2(x-3) = \frac{1}{4}(3x-2) + \frac{1}{2}$

7. $2x - 3(x+1) = \frac{1-2x}{2}$

8. $2(x-1) = \sqrt{2}(x+1) - 1$

9. $x - \sqrt{3}(x+1) = 2 - x$

10. $\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} + \frac{x+3}{4} = 12x - 1$

11. $\frac{7x-9}{4} - x = \frac{5x}{2} + 3$

12. $-3x + 5 = 7(2x-3) - 17x$

13. $\frac{1-x}{4} - \frac{3x-2}{3} = \frac{2x+5}{6} - (3x+1)$

14. $16(x-3)^2 - 25 = 0$

15. $\frac{3-2x}{1-x}$

16. $\frac{(3x+1)^2 - 4(x-3)^2}{5x^2 - 5}$

17. $\frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x+3}{x-2}$

18. $\frac{2x-2}{2x+1} = 2 - \frac{2x}{2x-1}$

19. $(x^2 - 16)^2 = (x+4)^2$

20. $9x^3 + 18x^2 = x + 2$

21. $\frac{2x-3}{9} - \frac{x+1}{6} = \frac{11-2x}{2}$

22. $\frac{5x-3}{4} - \frac{9x-1}{8} = 3 - \frac{3+4x}{2}$

23. $\frac{2x-1}{5} - \frac{3x-4}{2} = -x - \frac{7x-6}{10}$

24. $\frac{2x-5}{2} - \frac{x-1}{3} = 4x+3$

25. $3x - \frac{5x-1}{15} - \frac{7x-1}{5} = \frac{1}{3}\left(2x - \frac{3x+11}{5}\right) + \frac{5}{3}x$

26. $\frac{3x-1}{2} - \frac{1}{4}\left(x+1 - \frac{x+2}{3}\right) = \frac{3x+1}{6} - \frac{1}{2}\left(x - \frac{4x+3}{5}\right)$

27. $\frac{1}{4}\left(2x + \frac{3}{7}\right) - \frac{2}{5}x = \frac{1}{4}x - \frac{3(x+1)}{35}$

28. $\frac{4x-3}{2} - \frac{3x-1}{6} + \frac{2x+1}{3} = 3x - \frac{5x+7}{12}$

29. $\frac{5x-4}{2} - \left(x - \frac{x-3}{6}\right) = 5$

30. $\frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x+a+b}$

31. $(x+1)(3x-2) = 0$

32. $2(1-x)(2x-5) = 0$

33. $(x+1)^2(x-3) = 0$

34. $(4x-2)(7x+1)(12x-6) = 0$

35. $(2x-1)^2 = (2x-1)(x+3)$

36. $(3x+1)^2 - (x+1)^2$

37. $(2x-1)(x+1) = 5x+5$

38. $(x+1)^2 - (2x+2) = 0$

39. $(x-1)^2 = (2x+1)^2$

40. $(4x^2-9) - 2(2x-3) + x(2x-3) = 0$

41. $x^2 - 6x + 9 = 0$

42. $3x^2 - 6x + 3 = 0$

43. $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$

44. $4x^2 = 4x - 1$

EXERCICE 2Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes

1. $x-2 \leq 0$

2. $x+4 > 0$

3. $2x+7 > 0$

4. $\frac{1-3x}{4} \geq 0$

5. $3x-3 < 1-2x$

6. $2(x-3) \geq 8-3x$

7. $2(x+1) < 3+2x$

8. $\frac{x-2}{3} - \frac{1-x}{2} \geq 0$

9. $\frac{x}{2} - \frac{4-x}{4} > 5$

10. $4x+1 > x-2$

11. $4(3x-2) \geq 7x-8$

12. $x-1 \geq x+1$

13. $|x| < x$

EXERCICE 3Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes

1. $\frac{-x-5}{2} - \frac{5}{3} + \frac{2x+1}{3} > \frac{2x}{3}$

2. $3\left(x - \frac{3x-1}{2}\right) + \frac{3-2x}{4} \leq \frac{1-4x}{2} + 1$

3. $\frac{x-1}{3} - \frac{x-6}{2} > \frac{15-x}{6}$

4. $\frac{8x+11}{3} - \frac{2x+3}{6} \geq \frac{7x+8}{3} - 2$

5. $\frac{8x+5}{9} - \frac{2x+23}{6} > \frac{x+4}{4} - \frac{x}{12}$

6. $\frac{8x-1}{21} - \frac{4x+3}{2} \leq \frac{x}{2} - \frac{3x+1}{7} + \frac{2x-1}{6}$

7. $\frac{x+1}{6} - \frac{2x+3}{2} \geq \frac{5x-1}{3} - 2x$

8. $2\left(3x - \frac{x+1}{3}\right) - \frac{2x-1}{9} \leq \frac{3x-1}{9} \leq \frac{3x-1}{6} + \frac{10x}{3}$

9. $\frac{2x-1}{3} - \frac{8x+4}{5} - \frac{4x-7}{30} \geq \frac{5x+1}{6} - \frac{19}{10}x - \frac{16}{15}$

10. $\frac{3x+2}{12} - \frac{3}{4} < 2(x+1) + \frac{5}{6}(2x+1)$

11. $\frac{4x-1}{14} - \frac{5x+3}{7} < 2 - \frac{3x}{7}$

12. $x^2 + 4 < 0$

13. $(x-4)^2 \leq -1$

14. $-2x+3 \leq 4$

15. $2(3x-5) > -4+6x$

16. $(1-5x)(3x+1) \geq 0$

17. $x^2 + 3 \geq 0$

18. $-x^2 - 5 \geq 0$

19. $25 - 4x^2 > 0$

20. $\frac{x+1}{2-x} \leq 0$

21. $\frac{x(x^2+3)}{(2x-1)^2} < 0$

22. $\frac{3x-2}{5-2x} \leq \frac{1-6x}{4x+1}$

23. $\frac{4x^2 - 12x + 9 - 2(2x-3)(4x+1)}{(25x^2 - 4)(1-x)} \geq 0$

24. $4x+1 > 2(2x-1)$

25. $x^2 - 9 < 0$

26. $(4x-1)(2x+3) > 0$

27. $t^3 - t \geq 0$

28. $-y(5+y) \leq 0$

29. $y^2 + 1 \leq 0$

30. $3x^2 < 6x-3$

31. $(a+3)^2 \leq (2a-5)^2$

32. $\frac{x+1}{x^2+1} < 0$

33. $(y-5)(2y-14) \leq 4(3y-21)$

34. $\frac{x}{x^2-1} \leq 0$

35. $\frac{2a-5}{(a+1)^2} \leq 0$

36. $\frac{(x+7)(-2-x)}{4x^2-12x+9} < 0$

37. $\frac{(3-2x)(x+5)}{2x+3}$

38. $\frac{5-3a}{a^2-4} < 0$

39. $8(3x-5) - 5(2x-8) \leq 4(3x-1) + 16$

EXERCICE 4

 Résoudre dans \mathbb{R} les systèmes d'équations suivants :

$$1. \begin{cases} 3(x-1)+5x+2 > 12x+6 \\ \frac{x+3}{5} - \frac{x-2}{5} \leq \frac{5x+3}{2} - \frac{1}{15} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \frac{3x-5}{2} - \frac{x}{8} > 2 - \frac{1}{3}x \\ \frac{3x+5}{3} - \frac{4-x}{2} \leq \frac{x+1}{4} + 7 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \frac{x+1}{6} - \frac{3}{2}x < \frac{x-1}{3} - 2x \\ \frac{2x-1}{2} \leq \frac{3x-1}{5} + 2x+4 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{x+2}{3} \leq -\frac{2x}{7} \\ \frac{3x+1}{2} - \frac{x+1}{8} < \frac{2x-5}{4} \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} \frac{x-1}{3} + \frac{1}{2} < \frac{4-5x}{9} \\ \frac{x+3}{2} - \frac{65}{6} \geq \frac{x}{3} - \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$6. 4-3x \leq 2+x \leq 3+\frac{5}{2}x$$

$$7. \frac{3x-1}{6} \leq 3x \leq \frac{5(1+3x)}{12}$$

$$8. 4 - \frac{x-3}{4} < x < 2 + \frac{3}{2}x$$

$$9. \begin{cases} (2x+1)^2 - (x+2)^2 > 0 \\ 4x^2 - 16 \leq 0 \end{cases}$$

EXERCICE 5

 Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

$$1. \frac{2x-1}{5} - \frac{|x-2|}{3} = \frac{4x-1}{15}$$

$$2. \frac{x+8}{2} + \frac{|2x-7|}{3} = \frac{7x}{6} + \frac{5}{3}$$

$$3. |-2(x+2)| + |-7+x| < -1$$

$$4. |x|=1$$

$$5. x + |x-1| = 1 + |x|$$

$$6. 2|x| + 6 = 0$$

$$7. |x^2+1|=0$$

$$8. |x-2| + |x+4| = 6$$

$$9. |x-2| = 2|x+4|$$

$$10. 2|x-2| = |x+4|$$

$$11. |2x-3|-1=0$$

$$12. |2x-1| = -2$$

$$13. |x-5| + 6 = 0$$

$$14. |3x+10| = |5x-4|$$

$$15. |x-5| = 12$$

$$16. |x-\pi| + |x+2| = 0$$

$$17. |3-x| \leq 5$$

$$18. \left| 3x + \frac{\pi}{2} \right| + \frac{|x|}{2} = -3$$

$$19. |x-5| = -2$$

$$20. |x+7| > 2$$

$$21. |x-1| = 3$$

$$22. |x-6| = |x+8|$$

$$23. |x+1| + \frac{11}{2} = 0$$

$$24. |x-2| = |x^2 - 4x + 4|$$

$$25. |2x-3| = 1 - \sqrt{2}$$

$$26. \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 0,3$$

$$27. |x+1| - |3x+2| = 4$$

$$28. \frac{3x-4}{|x+5|} = -2$$

$$29. |x| = 2x+3$$

$$30. |3x-5| = |x+1|$$

$$31. |x| + x = 0$$

$$32. |3x-5| \leq 2x+3$$

$$33. \sqrt{(2x-1)^2} < 2$$

$$34. \frac{|x+1|}{1+|x|} \geq 0$$

EXERCICE 6

 Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes

1. $|8x-11| \geq 5$
2. $|3-5x| < 1$
3. $|2x-3| < 0$
4. $|-5x+1| < -5$
5. $|5x-7| > -3$
6. $|-x+6| > 7$
7. $|x| < 1$
8. $|-x| < \frac{1}{2}$
9. $|x| < 0$
10. $|x|+1 \leq 0$
11. $|x+3|+|x-3| \leq 0$
12. $|-x+1| < \frac{1}{3}$
13. $|-x-5| < 4$
14. $|2-x| > 1,5$
15. $1 < |x-2| < \frac{5}{4}$
16. $2 < |2-x| < 3$
17. $|5-x| > |1-x|$
18. $|x+3| < |x-1|$
19. $|2x+8| < |6-2x|$
20. $|10-x| < |5+x|$
21. $|x^2+2x-3| > 2$
22. $|x-2|+|x-1| < 3$
23. $2x+3-|x+2| \geq \frac{1}{2}x-3$
24. $x+|x-1|=1+|x|$
25. $|x^2+2x-3| > 2$
26. $|x-2|+|x-1| < 3$
27. $|4x-1| \leq 3$
28. $|4x^2-1| \leq 3$
- 29.

EXERCICE 7

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation du premier degré d'inconnue x

$$\frac{3-x}{5} - \frac{2x+1}{10} \geq \frac{1}{2}x+3$$

On donnera l'ensemble solution sous la forme d'un intervalle.

2. On donne $P(x) = 5(9-x^2) - (x-5)(2x-6)$ $x \in \mathbb{R}$

a. Démontrez que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $P(x) = (3-x)(7x+5)$

b. Etudiez dans un tableau le signe de $P(x)$

c. En déduire l'ensemble solution de l'inéquation $P(x) > 0$

d. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $P(x) \leq 15$ (Bonus)

3. a On considère l'inéquation d'inconnue x : $\frac{x}{1+x} \leq 1 + \frac{1}{2x-1}$ (1)

Démontrez que résoudre (1) en revient à résoudre : $\frac{-3x}{(1+x)(2x-1)} \leq 0$

b. Etudiez dans un tableau le signe de $\frac{-3x}{(1+x)(2x-1)} \leq 0$ et en déduire l'ensemble solution

de (1)

EXERCICE 8

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

1. $x(x-1) \geq 0$
2. $(2x-3)(1-7x) < 0$
3. $x^2-16 < 0$
4. $(4x^2-9)(x+1) > 0$
5. $\frac{3-x}{x+4} > 0$
6. $\frac{5-2x}{1-x} \geq 0$
7. $\frac{x(x+1)}{3-2x} \leq 0$
8. $\frac{x^2-9}{1-x} > 0$
9. $\frac{5-3x}{x^2-1} \leq 0$
10. $\frac{2x+1}{x+2} \leq 1$
11. $\frac{1-3x}{1-x} \geq 2$

12. $\frac{1-3x}{1-x} \geq 2$

13. $\frac{x+5}{4-5x} < \frac{1}{2}$

14. $\frac{x+5}{4-5x} \leq \frac{x-3}{x+2}$

15. $\frac{2x-1}{x+3} > \frac{2x}{x-4}$

16. $\frac{x+3}{x^2-1} \geq \frac{3}{x-1}$

17. $\frac{(2x+1)^2-4}{x^2-4x} < 0$

18. $\frac{x+3}{4-x} \geq 0$

19. $\frac{2x-1}{1-x} < 0$

20. $\frac{1-x}{1+x} \leq 1$

21. $\frac{x+2}{3-x} > 2$

22. $\frac{x-3}{2x-4} \geq \frac{x-2}{2x-5}$

23. $\frac{(2-x)(x+1)}{x^2+9} \leq 0$

24. $\frac{2x+1}{x^2-1} \geq 0$

25. $\frac{1-3x}{x^2-4} < 0$

26. $\frac{3x+2}{(x-1)(x-2)} < 1$

27. $9(x+2)^2 - (2x-2)^2 \leq 0$

28. $\frac{3}{1-3x} \geq \frac{2}{1+2x}$

29. $\frac{x}{4} - 3 \leq x\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$

30. $\frac{2x+5}{1+2x} > \frac{1-2x}{5-2x}$

31.
$$\begin{cases} -3x + \frac{2}{3} \geq 0 \\ -\frac{1}{4}x + 2 > 1 - x \end{cases}$$

32. $(2-x)(x+7) \geq 4-x^2$

33. $0 < \frac{4x-8}{-5x-3} \leq 2$

34. $\frac{1}{x^2} < -7$

35. $(2x-3)^2 < 7$

36. $\frac{3}{x} \geq -1$

37. $81 - (3x-4)^4 \geq 0$

38. $\frac{x^2+1}{x^2-4} \leq 1$

39. $\frac{x-3x^2}{(x-3)^2} \geq 0$

40. $\frac{7-x^2}{\sqrt{2x+3}} \geq 0$

41. $\frac{1}{x-2} - \frac{5}{2x+4} \leq \frac{-3x}{x^2-4}$

42. $(2x+3)\sqrt{1-4x^2} \leq 0$

EXERCICE 9

Déterminer, à l'aide d'un tableau, le signe des expressions suivantes :

1. $(x-4)(x-3)$
2. $(1-2x)(x+2)$
3. $5x(3x-2)(x+5)$
4. x^2-9
5. $(1-x^2)(x-4)$
6. $\frac{3-x}{2+x}$
7. $\frac{4-2x}{x+3}$
8. $\frac{x(x+1)}{3x-2}$

EXERCICE 10

- 1) Déterminer cinq nombres impairs consécutifs dont la somme est égale à 405.
- 2) Déterminer deux entiers tels que l'un soit le triple de l'autre et dont le produit est 243.

- 3) La somme de deux entiers est 924. En ajoutant 78 à chacun d'eux, l'un devient le double de l'autre. Déterminer ces deux nombres.

EXERCICE 11

1) $\frac{1}{x} = 2$

2) $\frac{2}{x+1} = 3$

3) $\frac{2x+1}{3x-2} = 0$

4) $\frac{7x+1}{2x-3} = 2$

5) $\frac{x^2-2x}{2+x} = 0$

6) $\frac{x^2-9}{3x} = 0$

7) $\frac{\frac{x}{2}-1}{3-2x} = 2$

8) $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x-1} = 0$

9) $\frac{9}{x+1} = 5-x$

10) $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-1} = 0$

11) $\frac{x^2}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$

12) $2x-7 = \frac{4}{2x-7}$

13) $\frac{x^2+4x-3}{x^2-1} = 1$

14) $\frac{9x^2-25}{(x+2)(3x+5)} = 0$

15) $\frac{x+2}{x} + \frac{x}{x-2} = 0$

16) $9(x+2)^2 - (2x-2)^2 = 0$

17) $(x-11)^2 + (33-3x)(x+2) = 0$

18) $(x-2)(2x+7) - (x^2-4) = 0$

19) $2t-3(t+1) = \frac{1-3t}{2}$

20) $2(3-x) + 3\left(x - \frac{1}{3}\right) = 5+x$

21) $\left(\frac{7}{2}a-3\right)(5-a) = 0$

22) $5x^2 = 25x$

23) $\sqrt{2}t + \sqrt{3} = \sqrt{2}(t+7) + \sqrt{3} - 7\sqrt{2}$

24) $\frac{x+7}{4} - \frac{x-1}{6} = \frac{x+2}{3}$

25) $3(2x+4) - 2x = 14 - 2(1-2x)$

26) $5x^2 - 7x = 0$

27) $(2x+3)^2 = 36$

28) $(3x-4)(x-2) - (6x-8)(x-3)$

29) $\frac{2x+3}{x-1} = 0$

30) $\frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x+3}{x-2}$

31) $\frac{2x+3}{x-1} = \frac{2x-7}{x+5}$

32) $\frac{x+3}{2} - \frac{4x-3}{3} = 1 - \frac{5x-12}{6}$

33) $(-2x+4)^2 + (-2x+4)(5x-25) = 0$

34) $\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} = 0$

35) $\frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{14}{x^2-4}$

EXERCICE 12

1) Soient a et b deux réels quelconques, montrer que : $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

2) Soit $P(x) = 2(x^3 - 27) + 11(9 - x^2) + 18(x - 3)$ avec x un réel quelconque.

Factoriser P(x) sous la forme d'un produit de deux facteurs.

3) Résoudre dans \mathbb{R} : $P(x) = (x-3)(x^2 - x - 1)$

EXERCICE 13

Résoudre dans \mathbb{N} $\frac{2}{3}(x-3) - 4x \geq 5\left(\frac{x}{3} - \frac{7}{5}\right)$

EXERCICE 14

Un cycliste effectue un parcours en 9 heures. Sa vitesse est de 30 km/h sur le premier tiers de la distance totale, 20 km/h sur le second tiers et 15 km/h sur le troisième tiers. Trouver la distance parcourue.

EXERCICE 15

Trouver trois nombres entiers consécutifs tels que la différence entre le carré du plus grand et le produit des deux autres soit égale à 715.

EXERCICE 16

A 9 heures du matin Paul part de A vers B en bicyclette (vitesse 15 km/h). A 10 heures moins le quart, Pauline en fait autant de B vers A (vitesse 20 km/h). Ils se rencontrent à mi-chemin pour pique-niquer. Quelle heure est-il alors ?

EXERCICE 17

Valérie et Maria doivent parcourir 30 km chacune. Valérie met 3h de plus que Maria. Si elle doublait sa vitesse, elle mettrait 2h de moins. Quelle est la vitesse de chacune ?

EXERCICE 18

" Un homme est entré dans un verger et a cueilli des fruits. Mais le verger avait trois portes et chacune était gardée par un gardien. Cet homme donc partagea en deux ses fruits avec le premier et lui en donna deux de plus; puis il partagea le reste avec le second et lui en donna deux de plus, enfin il fit de même avec le troisième. Il sortit du jardin avec un seul fruit. Combien en avait-il cueilli ? "

EXERCICE 19

On veut disposer un certain nombre de jetons en carré (par ex avec 9 jetons on fait un carré de 3 sur 3). En essayant de constituer un premier carré, on s'aperçoit qu'il reste 14 jetons. On essaie alors de faire un deuxième carré en mettant un jeton de plus par côté. Il manque alors 11 jetons. Combien y avait-t-il de jetons au départ ?

EXERCICE 20

Une somme de 3795 \$ est partagée en trois parts proportionnelles aux nombres 3, 5 et 7. Déterminer ces trois parts.

EXERCICE 21

Un magicien demande à un spectateur de :

- penser à un nombre;
- de le multiplier par deux;
- de retrancher 3 à ce produit;
- de multiplier le tout par 6.

Le spectateur annonce comme résultat 294. Quel était le nombre du départ ?

EXERCICE 22

Lorsqu'on descend un escalier comptant moins de 200 marches, 2 marche par 2 marches, il en reste une.

Lorsqu'on le descend 3 marches par 3 marches, il en reste 2. Lorsqu'on le descend 4 marches par 4 marches

il en reste 3.

Lorsqu'on le descend 5 marches par 5 marches il en reste 4.

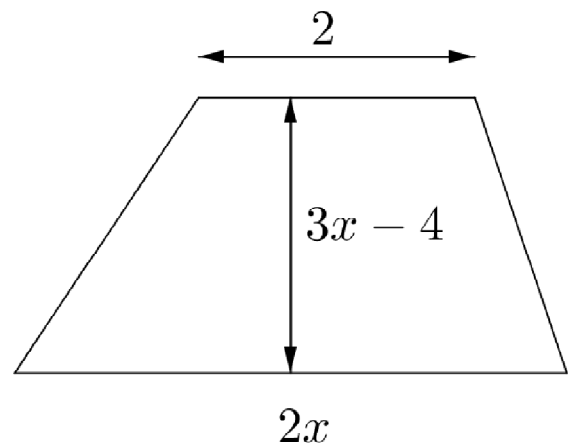
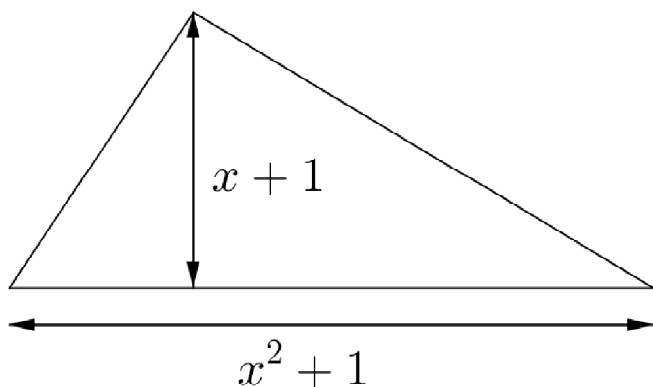
Lorsqu'on le descend 6 marches par 6 marches, il en reste 5.

Lorsqu'on le descend 7 marches par 7 marches, il n'en reste pas.

Combien l'escalier a-t-il de marches ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 23

1. Résoudre $x^2 - 6x + 9 = 0$.
2. Un géomètre prétend qu'on peut construire un triangle et un trapèze de même aire avec les dimensions suivantes (en cm).



Si le géomètre a raison, pour quelle(s) valeur(s) de x est-ce possible ?

EXERCICE